மீதித்தேற்றம்

01. ஓர் எண்ணை இன்னொரு எண்ணால் வகுக்கும்போது முறை (ஈவு), மீதியை அறிவர்

02. (a) பல்லுறுப்புச் சார்பினை விளங்குவர்

(b) அதன் படியினையும் அறிவர்

(c) x இன் வேறு பெறுமானங்களுக்கு சார்பின் பெறுமானங்களை அறிவர்

03. ஒரு பல்லுறுப்பியை இன்னொரு பல்லுறுப்பியால் நெடும் பிரித்தல் மூலம் வகுப்பதால் முறையையும் மீதியையும் அறிவர்

04. ஒரு பல்லுறுப்பியை இன்னொரு பல்லுறுப்பியால் வகுக்கும் போது ஈவு, மீதியின் படிகளை அறிவர்

05. மீதித்தோற்றத்தை அறிவர்

06. காரணித் தோற்றத்தை அறிவர்

07. பல வகையான பிரசினங்களை விளங்குவர்

15 ஐ 6 ஆல் வகுத்தல்

$$\frac{15}{6} = 2 + \frac{3}{6}$$

15 = 6 X 2 + 3

முடிவு பிரிக்கப்படும் எண் = பிரிக்கும் எண் X ஈவு + மீதி

02) (a) n ஒரு நேர் முழுவெண்ணாகவும் x ஒரு மெய் மாறிலாகவும் a_0, a_1, ………… மெய்யெண்களாகவும் இருப்பின்

$a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots\ldots + a_n$

ஏன்பது n ஆம் படியில் உள்ள x இன் பல்லுறுப்புச்சார்பு எனப்படும் இங்கு $a_0 \neq 0$

பல்லுறுப்புச்சார்பு பொதுவாக f(x) இனால் குறிக்கப்படும்.

❋ தரப்பட்ட பல்லுறுப்பியில் x இன் அதிகூடிய வலு அதன்படியாகும்.

உ + ம் (i) $2x^5 - 3x^4 + 7x^2 - 4x - 5$

படி = 5

(ii) $0.x^4 + 4x^3 - 2x + 7$

படி = 3

குறிப்பு : (i) x இன் முதலாம்படி பல்லுறுப்பி ax + b ஆகும்

இது ஏகபரிமாணச் சார்பு எனவும் சொல்லப்படும்

(ii) இருமாறிகள் x, y இல் ஏகபரிமாணச்சார்பு ax + by + c ஆகும்

(b) $f(x) = 3x^2 - 4x + 5$

x = 2 ஆக

$$f(2) = 3 \times 2^2 - 4 \times 2 + 5$$
$$= 12 - 8 + 5$$
$$= 9$$

x = -1 ஆக

$$f(-1) = 3 \times (-1)^2 - 4 \times (-1) + 5$$
$$= 3 + 4 + 5$$
$$= 12$$

x = 0 ஆக $f(0) = 3\times 0 - 4\times 0 + 5$

$= 5$

x $\rightarrow$ x + 1 ஆக

$$f(x+1) = 3(x+1)^2 - 4(x+1) + 5$$

x $\rightarrow$ x (x-1) ஆக

$$f[x(x-1)] = 3[x(x-1)]^2 - 4[x(x-1)] + 5$$

03) $x^3 + 2x^2 - 3x + 4$ எனும் பல்லுறுப்பியை ஆல் வகுக்குக

$$\begin{array}{r|l} & x^2 + 3x \\ x-1 & x^3 + 2x^2 - 3x + 4 \\ & \underline{x^3 - x^2} \\ & 3x^2 - 3x + 4 \\ & \underline{3x^2 - 3x} \\ & 4 \end{array}$$

ஈவு $= x^2 + 3x$ மீதி = 4

1) இல் பெற்ற முடிவு

பிரிக்கப்படும் எண் = பிரிக்கும் எண் X ஈவு + மீதி
என்பது சார்புகளுக்கும் பொருந்தும்
$x^3 + 2x^2 - 3x + 4 \equiv (x-1)(x^2 + 3x) + 4$

04) மேலுள்ள உதாரணத்தில்

பிரிக்கப்படும் சார்பின் படி	= 3
பிரிக்கும் சார்பின் படி	= 1
ஈவு இன் படி	= 2
மீதியின் படி	= 0

பொதுவாக f(x) எனும் பல்லுறுப்பியை g(x) எனும் பல்லுறுப்பியால் வகுக்கும் போது

(1) ஈவு இன்படி = f(x) இன் படி − g(x) இன்படி

(2) மீதியின் படி = g(x) இன்படி − 1

மீதித்தேற்றம்

f(x) எனும் பல்லுறுப்புச் சார்பு x – a ஆல் வகுக்கப்படும் போது பெறப்படும் மீதி f(a) ஆகும்.

நிறுவல்

ஈவு $\phi(x)$ எனவும் மீதி R எனவும் கொள்க

$$f(x) \equiv (x-a)\phi(x) + R$$

x = a ஆக f(a) = R

R = f(a)

குறிப்பு:- f(x) ஐ ax+b ஆல் வகுக்கும் போது மீதி $f\left(-\dfrac{b}{a}\right)$ ஆகும்

உ + ம் $f(x) \equiv x^3+4x^2-3x+2$ என்பதை (x – 2) ஆல் வகுக்க வரும் மீதி

$= f(2)$

$= 2^3 + 4.2^2 - 3 \text{ X } 2 + 2$

$= 8 + 16 - 6 + 2$

$= 20$

06) f(x) எனும் பல்லுறுப்புச்சார்பில் f(a) = 0 எனின் (x – a) என்பது f(x) இன் ஒரு காரணி ஆகும்

நிறுவல்

மீதித்தேற்றப்படி

$f(x) \equiv (x - a)\ \phi\ (x) + f(a)$

f(a) = 0 எனின்

$f(x) \equiv (x - a)\ \phi\ (x)$

$\therefore$ (x – a) என்பது f(x) இன் ஒரு காரணி ஆகும்

உ + ம்

$f(x) = x^2 - 5x + 6$

$f(2) = 4 - 10 + 6$

$= 0$

$\therefore$ x – 2 என்பது f(x) இன் ஒரு காரணி

$f(1) = 1 - 5 + 6 = 2$

$f(1) \neq 0$

$\therefore$ (x – 1) என்பது f(x) இன் காரணி அன்று

குறிப்பு

எனும் பல்லுறுப்பிக்கு $(x - a)^n$ எனும் வடிவில் காரணி இருப்பின் (x – a) என்பர் $f_1(x)$, $f_2(x)$, ………………………… $f_{n-1}(x)$ இனதும் காரணியாகும் இங்கு நேர்முழுவெண்,

$$f^r(x) = \frac{d^r f(x)}{dx^r}$$

07)

1. $4x^3 + 7x^2 + 3x - 2$ என்பதை $x - 1$ ஆல் வகுக்க வரும் மீதியைக் காண்க

விடை: $f(x) = 4x^3 + 7x^2 + 3x - 2$ என்க

மீதித்தேற்றப்படி, மீதி $= f(1)$

$= 4 \times 1^3 + 7 \times 1^2 + 3 \times 1 - 2$

$= 4 + 7 + 3 - 2$

$= 12$

2. $f(x) \equiv 2x^4 - 3x^2 + 7x + 1$ எனக் கொள்வோம் f(x) இனை

(1) $x^2 - 1$

(2) $(x + 1)^2$

(3) $x^2 + 1$

என்பவற்றால் வகுக்கும் போது பெறப்படும் மீதிகளைக் காண்க

விடை

(1) ஈவு $\phi(x)$ எனவும் மீதி $ax + b$ எனவும் கொள்க

$f(x) \equiv (x^2 - 1)\,\phi(x) + ax + b$

$f(x) \equiv (x - 1)(x + 1)\,\phi(x) + ax + b$

$x = 1$ ஆக $f(1) = 0 + a.1 + b$

$2 - 3 + 7 + 1 = a + b$

$a + b = 7$

$x = -1$ ஆக $f(-1) = -a + b$

$2 \times 1 - 3 \times 1 + 7(-1) + 1 = -a + b$

$- a + b = -7$

(01) – (02) $2a = 14 \quad a = 7$

(01) $b = 0$ $\therefore$ மீதி $= 7x$

முறை I

ஈவு 2(x) எனவும் மீதி $px + q$ எனவும் கொள்க

$f(x) \equiv (x+1)^2.2x + px + q$ ❋

$x = -1$ ஆக $f(-1) = -p + q$

$-7 = - p + q$ (01)

$(x + 1)^2$ ஆனது X இன் வேறு பெறுமானங்களுக்கு பூச்சியமன்று ஆகையால், அட்சரகணிதமுறையால் இவ்வினாவைத் தொடர முடியாது
ஆனால் நுண்கணிதமுறையால் தொடரலாம்

❋ ஐ இருபுறமும் x குறித்து வகையிட

$f(x) (x + 1)2.21(x) + 2 (x + 1).2(x) + p$

$8x3 – 6x + 7 (x + 1)2.21(x) + 2 (x + 1).2(x) + p$

$x = -1$ ஆக $-8 + 6 + 7 = p$

$p = 5$

(01) $q = -2$

$\therefore$ மீதி $= 5x – 2$

முறை II

முழுமையான அட்சரகணித முறைக்கு

ஈவு 2(x) ஐ பூரணமாக எழுதுதல் வேண்டும்

f(x) இன்படி 4 ; (x + 1)2 இன்படி 2

$\therefore$ 2(x) இன்படி $= 4 – 2$

$= 2$

$\therefore$ $2(x) = lx^2 + mx + n$ என்க

$\therefore$ $f(x) (x + 1)^2 . 2(x) + px + q$

$2x^4 – 3x^2 + 7x + 1 (x2 + 2x + 1) (lx^2 + mx + n) + (px + q)$

x4 இன் குணகக்களைச் சமப்படுத்த $2 = l$

x3 இன் குணகங்களைச் சமப்படுத்த $0 = m + 2l \quad m = -4$

x2 இன் குணகங்களைச் சமப்படுத்த $-3 = n + 2m + 1$

$-3 = n - 8 + 2$

$n = 3$

x இன் குணகங்களைச் சமப்படுத்த $7 = 2n + m + p$

$7 = 6 - 4 + p$

$p = 5$

மாறிலிகளைச் சமப்படுத்த $1 = n + q$

$q = -2$

$\therefore$மீதி $= 5x - 2$

x^2+1 என்பது இன் மெய்ப்பெறுமானங்களுக்கு பூச்சியமன்று ஆகையால் ஈவை பூரணமாக எழுதுதல் வேண்டும்

ஈவு $Lx^2+M.x+N$ எனவும் மீதி $Px+Q$ எனவும் கொள்க

$2x^4-3x^2+7x+1 \equiv (x^2+1)\,(Lx^2+Mx+N)+Px+Q$

x^4 இன் குணகங்களைச் சமப்படுத்த $2=L$

x^3 இன் குணகங்களைச் சமப்படுத்த $0 =M$

x^2 இன் குணகங்களைச் சமப்படுத்த $-3=N+L = N= - 5$

x இன் குணகங்களைச் சமப்படுத்த $7 = M+P=P=7$

மாறிலிகளைச் சமப்படுத்த $1=N+Q = Q=6$

$\therefore$மீதி $7X+6$

$Px^4+qx^3+rx^2+Sx+1$ எனும் கோவையை x^2-1 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 6-9x ஆகும். x2-4 ஆல் வகுக்கும் போது மீதி 45-12x ஆகும். கோவையை x^2+3x+2 ஆல் வகுக்க வரும் மீதியைக் காண்க

விடை

$f(x) = px^4 +qx^3 +rx^2+sx+1$ என்க

f(x) இனை x^2-1 ,x^2-4 என்பவற்றால் வகுக்கும் போது

ஈவுகள் முறையே என்க $\phi(x), Q(x)$ என்க

$$f(x) \equiv (x^2-1).\phi(x) + 6 - 9x \qquad 1$$

$\equiv (x-1)(x+1).\varphi).\varphi + 6 - 9x$

$f(x) \equiv (x^2 - 4).Q(x) + 45 - 12x$

$\equiv (x-4)(x+2).Q(x) + 45 - 12x$ 2

கோவையை x^2+3x+2 ஆல் வகுக்க ஈவு g(x) எனவும் மீதி ax+b எனவும் கொள்க

$f(x) \equiv (x^2 + 3x + 2).g(x) + ax + b$

$f(x) \equiv (x+1)(x+2).g(x) + ax + b$

x= -1 ஆக f(-1) = - a+b

ஆனால் (01) இலிருந்து f(-1) = 15

$\therefore$ -a+b = 15 3

x= -2 ஆக f(-2) = - 2a+b

ஆனால் (02) இலிருந்து f(-2) = 69

$\therefore$ -2a+b = 69 4

3 – 4 a = -54

3 b = -39

$\therefore$ மீதி = -54x - 39

குறிப்பு

x^2+3x+2 இன் காரணிகள் (x+1) , (x+2) என்பன

x^2-1 ,x^2-4 இக் காரணிகளில் உள்ளதால்

p,q,r,s இன் பெறுமானங்களை காணாமலேயே இப்பிரசினத்தை தீர்க்கலாம் என்பதை அவதானிக்கவும்

$f(x) \equiv x^3 - 19x + 30$ எனக் கொள்வோம்

x-2 என்பது f(x) இன் ஒரு காரணி என்பதை

வாய்ப்புப் பார்த்து f(x) இனை முற்றாகக் காரணிப்படுத்துக

விடை

$f(x) \equiv x^3 - 19x + 30$

$f(2) = 8 - 38 + 30$

$= 0$

∴ x-2 என்பது f(x) இன் ஒரு காரணி

f(3) = 27 -57+30

=0

∴x-3 என்பதும் ஒரு காரணி

$$x^3 - 19x + 30 \equiv (x-2)(x-3)(ax+b)$$

x^3 இன் குணகங்களைச் சமப்படுத்த a=1

மாறிலிகளைச் சமப்படுத்த 30-6b

b=5

05) ஒ3ஒெ இனை ஒ2-ஒ-2 ஆல் வகுக்க 2ஓ6 மீதி ஆயின் அஇெ முழு எண்கள் என்பவற்றைக் காண்க

விடை

f(x) = xm+nx ஈவு என்க

f(x) = g(x) (x+1) (x-2) +2x+6

x=2

$f(2) = 10 = 2^m + 2n$ 1

x= -1

$f(-1) = 4 = (-1)^m - n$ 2

$1+2 = 18 = 2^m + 2(-1)^m$

m ஒற்றை ஆயின் $18=2^m-2 = 2^m=20$

∴ பின்ன எண் ஆகும் இது பொருந்தாது

m இரட்டை ஆயின் $18=2^m+2=16=2^m=m-4$

1 = n = -3

2x+1 ஆனது f(x) இன் ஓர் காரணி எனக் காட்டுக இங்கு $f(x) = 12x^3-4x^2-13x-4$ ஆகும்

f(x) = 0 எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்குக

விடை

$$f(-\frac{1}{2}) = 12(-\frac{1}{8}) - 4(\frac{1}{4}) - 13(-\frac{1}{2}) - 4$$

$$= -\frac{3}{2} - 1 + \frac{13}{2} - 4$$

$$= 0$$

$\therefore$f(x) இற்கு 2x+1 ஓர் காரணி ஆகும்

$$f(x) = 12x^3 - 4x^2 - 13x - 4 \equiv (2x+1)(ax^2 + bx + c)$$

x^3 :- 12= 2a = a=6

x^2 := -4 =2b+a

-4 = 2b+6 = b= -5

மாறிலி -4 = c

$\therefore$ f(x) =0

(2x+1) ($6x^2$-5x-4) =0

(2x+1) (2x+1) (3x-4) = 0

$$x = -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{4}{3}$$

f(x) = x^2+ax+a^2 ஆயின் இங்கு a மாறிலி

f(z+x) – f(x) இனைக் காண்க

f(x) . f(z+x) இனை f(z+x) – f(x) இனால் வகுக்கப்படும் போது

மீதி a^4 ஆகும் எனக் காட்டுக

விடை

f(a+x) – f(x) = $(a+x)^2 + a(a+x) + a^2 - (x^2+ax+a^2)$

= $a^2+2ax+x^2+a^2+ax+a^2-x^2-ax-a^2$

= $2a^2+2ax$

=2a(a+x)

f(x) . f(a+x) இனை f(a+x) –f(x) ஆல்வகுக்க ஈவு g(x) என்க மீதி R என்க

$\therefore$ f(x).f(a+x) = g(x).2a(a+x)+R

x= -a

f(-a). f(0) = R

$\therefore$ R = $(a^2-a^2+a^2)\, a^2$

$=a^4$

08) f(x) என்பது x இன்படி 2 இலும் கூடிய ஒரு பல்லுறுப்பியாகும் அப்பல்லுறுப்பியை (x-1) , (x-2) என்பவற்றால் வகுக்கும் போது மீதிகள் a,b ஆகும் f(x) ஐ (x-1) (x-2) வகுக்கும் போது மீதியை $\lambda(x-1)+\mu$ என்ற வடிவில் எழுதலாமெனக் காட்டுவதற்கு வகுத்தல் அலுகோரிதத்தை (மீதித் தேற்றதை) மீண்டும் மீண்டும் பயன்படுத்துக .

λ, μ என்பவற்றை a,b இற் காண்க

விடை

f(1) = a, f(2) = b ஆகும்

$f(x)=(x-1)g(x)+a$ 1

$g(x)=(x-2)\varphi\, x+R$

$1 \Rightarrow f(x)=(x-1)\{(x-2)\phi(x)+R\}+a$

$f(x)=(x-1)\{(x-2)\phi(x)+R(x-1)+a$

இங்கு $R=\lambda, a=\mu$

$f(2)=R.1+a=b$

$R=\lambda=b-a$

பயிற்சிகள்

09) ஒரு இருபடிச்சார்பு f(x) என்பது (2x+1) இனால் செப்பமாக வகுபடுகிறது. (x-1) , (x-2) என்பவற்றால் வகுக்கும் போது மீதிகள் முறையே -6,-5 எனின் அவ் இருபடிச்சார்பு f(x)ஐக் காண்க.

f(x) ஆனது $g(x)\equiv(\phi x+q)f(x)$ இனால் தொடர்புபடுத்தப்பட்டிருக்கிறது. g(x) என்பது (x^2-x) ஆல் வகுக்கும் போது மீதி (-3x-3q) ஆயின் p,q மாறிலிகளைக் காண்க.

10) பல்லுறுப்பி g(x) ஆனது (x-1) (x-2) (x-3)ஆல் வகுக்கும் போது மீதி a(x-2) (x-3) +b(x-3) (x-1) +(x-1) (x-2) ஆகும். ஒருமைகள் a,b,c இல் g(1),g(2),g(3) காண்க இதிலிருந்து x^5+kx^2 ஐ (x—1) (x-2) (x-3) ஆல் வகுக்கும் போது மீதியில் x^2 இல்லாதிருப்பதற்கு k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க

11) மீதித் தேற்றத்தை கூறுக

a,b,c மாறிலிகளா இருக்க $f(x)=(x+a)\{(x+b)(x+c)+(b+c)(c+a)(a+b)$ எனக் கொள்வோம்

மீதித்தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி (x+a+b+c) என்பது f(x) இன் ஒரு காரணி எனகாட்டுக

இதிலிருந்து (x+2) (x-3) (-1)+4=0 இனைத் தீர்க்க

12) x இல் 1ம் படியிலும் கூடிய பல்லுறுப்பி f(x) இனை (x-a) (x-b) ஆல் வகுக்க பெறப்படும் மீதி $\left\{\frac{f_{(a)}-f_{(b)}}{a-b}\right\}x+\left\{\frac{af_{(b)}-bf_{(a)}}{a-b}\right\}$ எனக் காட்டுக, இங்கு $a\neq b$ ஆகும். $a\neq b\neq c$ ஆக இருக்கும் போது f(x) இனை (x-a) (x-b) இனாலும் (x-b) (x-c) இனாலும் வகுக்க பெறப்படும் மீதிகள் சமனாயின் (b-c)f(a)+(c-a)f(b)+(a+b) f(c)=0 எனக் காட்டுக.
இதிலிருந்து a,b,c என்பன இதே ஒழுங்கில் ஓர் கூட்டல்விருத்தியில் இருப்பின்
என்பன இதே ஒழுங்கில் ஓர் கூட்டல்விருத்தியில் இருக்கும் என உய்த்தறிக

13) மீதித் தேற்றத்தை மீள மீள பிரயோகிப்பதன் மூலம் f(x) எனும் மூன்றாம் படியிலும் கூடிய பல்லுறுப்பியை $f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)\phi(x)+a(x-1)(x-2)+b(x-1)+c$ என எழுதலாம் எனக் காட்டுக
f(1) =1 , f(2)=2, f(3) =3 எனின் f(x) என்பதை (x-1) (x-2) (x-3) ஆல் வகுக்க வரும் மீதியை a,b,c யை காண்பதன் மூலம் காண்க

14) ஓர் இருப்படிப்பல்லுறுப்பி P(x) ஆனது முறையே (x-1) , (x-2) ,(x-3) ஆகியவற்றினால் வகுக்கப்படும் போது மீதிகள் $1,\frac{1}{2},\frac{1}{3}$ ஆகும் (x-1) , (x-2) ,(x-3) என்பன Q(x) = x(P(x)-1 இனால் தரப்படும் பல்லுறுப்பி Q(x) இன் காரணிகளெனக் காட்டுக
இதிலிருந்து Q(x) ஐக் காண்க

15) P(x) = ax^3+bx+c ஆனது x+1 , x-1 ,x-2 ஆகியவற்றினால் வகுக்கப்படும் போது மீதிகள் முறையே 4,0,4 ஆகும் a,b,c ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் கண்டு P(x) இன் எல்லா ஏகபரிமானக் காரணிகளையும் துணிக.

16) கோவை $a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)$ இன் காரணிகளைக் காண்க

17) பல்லுறுப்பி f(x) ஆனது $(x-\alpha)$ ஆல்வகுபடும் போது பெறப்படும் மீதி $f_{(\alpha)}$ எனக் காட்டுக. பல்லுறுப்பி f(x) ஆனது $(x-\alpha)$ $(x-\beta)$ ஆல் வகுபடும் போது பெறப்படும் மீதி யுஒடீ என்றும் வடிவத்தை எடுக்கின்றது. இங்கு $\alpha\neq\beta$ ஒருமைகள் A ஐயும் B ஐயும் $\alpha,\beta,f_{(\alpha)},f_{(\beta)}$ ஆகியவற்றின் சார்பில் எடுத்துரைக்க இதிலிருந்து x3+kx2+k என்பது (x-1)

(x+2) ஆல் வகுபடும் போது பெறப்படும் மீதியானது மாறா (ஒருமை) உறுப்பைக் கொண்டிருக்காவிடின் ஒருமை k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க

18) பல்லுறுப்பி f(x) ஆனது $(x-\alpha)$ இனால் வகுக்கப்படும்போது மீதி $f(\alpha)$ என நிறுவுக. பல்லுறுப்பி f(x) ஆனது $(x-\alpha)$ $(x-\beta)$ $(x-\gamma)$ இனால் வகுக்கப்படும்போது மீதியானது வடிவம் $A(x-\beta)(x-\gamma)+B(x-\alpha)(x-\gamma)+C(x-\alpha)(x-\beta)$ ஐ எடுக்கின்றது. இங்கு α,β,γ ஆகியன சமனில்லாத மெய்யெண்கள் ஆகும். A,B,C ஆகிய மாறிலிகளை $\alpha,\beta,\gamma,f(\alpha),f(\beta),f(\gamma)$ ஆகியவற்றின் சார்பில் எடுத்துரைக்க இதிலிருந்து x^5-kx ஆனது (x+1) (x-1) (x-2) இனால் வகுக்கப்படும் போது மீதியில் x இலான உறுப்பு எதுவும் இராத மாறிலி k யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

மேலதிகப் பயிற்சிகள்

01. x^3-5x^2+6x-2 என்ற பல்லுறுப்பியை x^2+1 ஆல் வகுக்கும் போது மிதியைக் காண்க

02. (x^2+1) ஆல் வகுபடக்கூடிய ஆனால் $(x-1)^2$ (x+1) ஆல் வகுக்கும் போது (-10x+6) ஐ மீதியாக விடக்கூடிய இல் நலாம் படி மெய்ச்சார்பொன்றைக்காண்க.

03. $f(x)=x^3-4x^2-Ax+12$ என்பதை $(x-1)^2$இனால் வகுக்கும் போது மீதி ax+14 எனின் a,A இனைக்காண்க

04. $12x^3-4x^2+\lambda.x+\mu$ என்பதன் ஒரு காரணி $(2x+1)^2$ ஆயின் $\lambda.,\mu$ ஐ காண்க.

05. x^3-5x^2+6x-2 என்ற பல்லுறுப்பியை $(x-2)^2$ ஆல் வகுக்கும் போது மீதியைக் காண்க

06. $2x^3-ax^2-12x-7$ எனும் சார்பு மீழும் காரணியைக் கொண்டிருப்பின் a இன் பெறுமானம் யாது?

07. (2x+1) ஐக் காரணியாக உடையதும் (x-1) , (x-2) ஆல் வகுக்க மீதிகளாக -6,5 கிடைப்பதுமான ஒரு இருபடிக்கோவையைத் தருக.

08. x^m+nx என்னும் சார்பை x^2-x-2 ஆல் பிரிக்கும்போது $(2x+6)$ மீதியாயின் முழுஎண்கள் m,n ஐக் காண்க

09. $x^3+3lx+m$ இன் காரணி ஒன்று $(x-a)^2$ எனும் வடிவில் இருப்பின் $m^2+4l^3=0$ என நிறுவுக

10. $k \neq 0$ ஆயிருக்க (x2+k2) என்பது $f_{(x)} = x^3 + bx^2 + cx + 1$ என்பதன் ஒரு காரணியாகுமெனின் bc=1 எனக் காட்டுக அத்துடன் f(x) என்பது (x^2-k^2) என்பதால் வகுபடுமிடத்து மீதியானது $2(k^2x+1)$ ஆகுமெனக் காட்டுக

11. $x^3+ax^2+b, ax^3+bx^2+x+a$ ஆகிய இரு பல்லுறுப்பிகழுக்கும் ஒரு பொதுக் காரணி இருப்பின் இப் பொதுக்காரணி $(b-a)x^2+x-a(1+b)$ என்று பல்லுறுப்பியினதும் பொதுக்காரணி எனக்காட்டுக

12. $f(x) = px^4+qx^3+rx^2+sx+t$ என்பது x^2+a ஆல் வகுக்கப்படும் போது மீதி $(s-qa)x-pa^2-ra+t$ எனக்காட்டுக. (a-a) என்பன f(x)=0 இன் மூலகங்கள் ஆயின் $ps^2-qrs+q^2t=0$ எனக்காட்டுக.

13. ax^3+bx+c என்பது வடிவம் x^2+px+1 ஐ உடைய ஒரு காரணியைக்கொண்டதெனின் $a^2-c^2=ab$ எனக்காட்டுக. இங்கு ax^3+bx+c உம் cx^3+bx^2+a உம் பொது இருபடிக்காரணியையொன்றை உடைய என்பதை உய்த்தறிக

14. f(x) என்னும் பல்லுறுப்பியை (x-1) (x-2) (x-3) ஆல் வகுக்கும் போது பெறப்பட்ட மீதி a(x-2) (x-3)+b(x-3) (x-1) +x(x-1) (x-2) என அமைந்தது எனின் a,b,c ஐ f(1),f(2),f(3) சார்பாக காண்க

15. $x^4 + x^2 + x + 1 \equiv (x^2 + a)(x^2 - 1) + bx + x$ ஆகுமாறு a,b,c ஐக் காண்க. இதிலிருந்து 100010101 ஆனது 9999 ஆல் பிரிக்கப்படுகையில் மீதியினைக் காண்க

16. x5+ax4+bx3+cx2 என்பதை (x+1) (x^2-2x-3) ஆல் வகுக்கும் போது மீதியாக 32x+3 பெறப்படுகின்றது எனின் a,b,c ஐக் காண்க
இதிலிருந்து $x^5+8x^4-13x^3-49x^2-32x-3=0$ இனை முற்றாக தீர்க்க

17. a,b என்பன மெய்யாகவும் சமனறற்றவை ஆகவும் உள்ளபோது x இலான பல்லுறுப்பி f(x) ஆனது (x-a) (x-b) ஆல் பிரிக்கப்படும்போது பெறப்படும் மீதி $\frac{(x-b)f(a)-(x-a)f(b)}{(a-b)}$ ஆல் தரப்படும் எனக்காட்டுக.

18. xm+nx என்னும் சார்பை x^2-x-2 ஆல் பிரிக்கும் போது (2x+6) மீதியாயின் முழுஎண்கள் m,n ஐக் காண்க

19. p,q,r என்பன ஒருமைகளாக இருக்கும் போது பல்லுறுப்பி f(x) $=x^8+px^2+qx+r$ ஐ (x-1) , (x+1) ,x என்பவற்றால் பிரிக்கும்போது முறையே 3,5,2 என்பன மீதிகளாகும் p,q,r என்பவற்றை காண்க