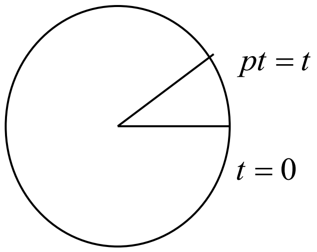
வட்ட இயக்கம்

1. வட்ட இயக்கத்தின் கருத்தை விளக்குவர்.
2. நடைமுறையில் வட்ட இயக்கத்தை அவதானிப்பர்.
3. வட்ட இயக்கத்தின் வகைகளை அறிவர்.
4. கோண வேகத்தின் கருத்தை விளக்குவர்.
5. வட்ட இயக்கத்திலும் வேகம், ஆர்முடுகல் என்பன உண்டு என்பதை அறிவர்.
6. வேகம், ஆர்முடுகல் என்பவற்றுக்கான கோவைகளைப் பெறுவர்.
7. வேகத்தின் திசையையும் பருமனையும் அறிவர்.
8. ஆர்முடுகலின் கூறுகளின் தேவையான திசைகளை அறிவர்.
9. வட்டத்தில் சீரான கதியுடனும் சீரற்ற கதியுடனும் இயங்கும் போது ஆர்முடுகலின் கூறுககளை அறிவர்.
10. சீரான கோண வேகத்துக்கும் சுற்றுக்களின் எண்ணிக்கைக்கும் தொடர்பைப் பெறுவர்.
11. பல வகையான பிரசினங்களை அறிவர்.

1. ஒரு நிலையான புள்ளி குறித்து, ஒரு தளத்தில் மாறாத்தூரத்தில் அசையும் துணிக்கைகளின் **வட்ட இயக்கம்** எனப்படும்.
2. இராட்டினம் சுற்றுதல்

   நிறுத்தப்பட்ட துவிச்சக்கர வண்டியின் சில்லு சுற்றுதல் ஒரு துணிக்கையை நூலினால் கட்டி சுழற்றுதல்.
3. 1. கிடை வட்டத்தில் இயங்குதல்

   2. நிலைக்குத்து வட்டத்தில் இயங்குதல்.
4. கோணம் மாறுகின்ற விதம் கோண வேகம் எனப்படும்.



p யின் கோண வேகம் $= \frac{d\theta}{dt}$

$$= \overset{\circ}{\theta}$$

கோண வேகமானது w இனாலும் குறிக்கப்படும்.

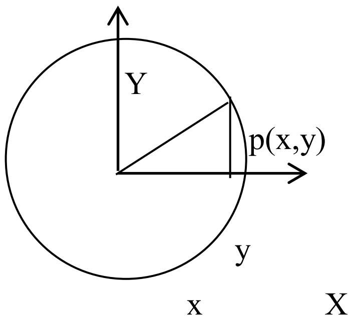
<u>கோண ஆர்முடுகல்</u>

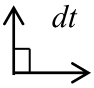
கோணவேகம் மாறுகின்ற வீதம் கோண ஆர்முடுகல் எனப்படும்.

p யின் கோண ஆர்முடுகல் $= \frac{d\overset{\circ}{\theta}}{dt}$

$$= \overset{\circ\circ}{\theta}$$

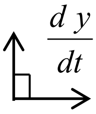
.





$$\frac{dy}{dt} = \overset{\circ}{y}$$

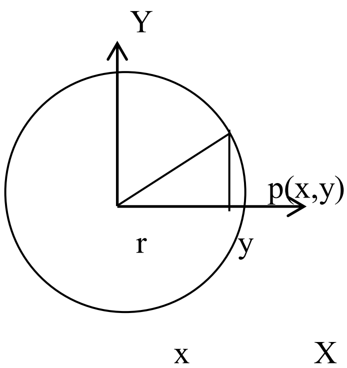
p யின் வேகம் = $$\frac{dx}{dt} = \overset{\circ}{x}$$



$$\frac{d\overset{\circ}{y}}{dt} = \overset{\circ\circ}{y}$$

p யின் ஆர்முடுகல் = $$\frac{d^{\circ}}{dt} = \overset{\circ\circ}{x}$$

6.



$x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

$$\frac{dx}{dt} = -r\sin\theta.\dot{\theta}$$

$$\frac{dy}{dt} = r\cos\theta.\dot{\theta}$$

$$\dot{x} = -r\sin\theta.\dot{\theta}$$

$$\dot{y} = r\cos\theta.\dot{\theta}$$

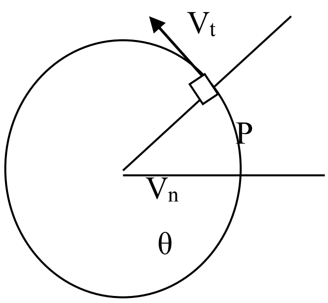
$$\ddot{x} = -r\left(r\sin\theta.\ddot{\theta} + \cos\theta.\dot{\theta} \right)$$

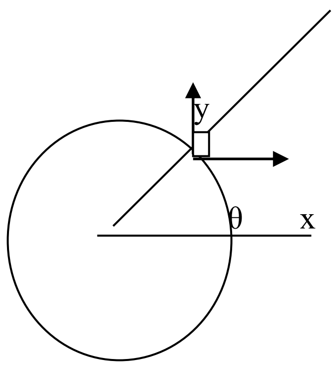
$$\ddot{y} = r\left(\cos\theta.\ddot{\theta} - \theta\sin\theta.\dot{\theta} \right)$$

$$= -r\left(\ddot{\theta}\sin\theta + \dot{\theta}^2\cos\theta \right)$$

$$= r\left(\ddot{\theta}\cos\theta. - \theta^2\sin\theta. \right)$$

7. வேகம்





$$v_t = \dot{y}\cos\theta - \dot{x}\sin\theta$$

$$= r\cos\theta.\dot{\theta}\cos\theta + r\sin\theta.\dot{\theta}\sin\theta$$

$$= r\dot{\theta}\left(\cos^2\theta + \sin^2\theta\right)$$

$$v_t = r\dot{\theta}$$

$$v_x = -\left(\dot{x}\cos\theta + \dot{y}\sin\theta\right)$$

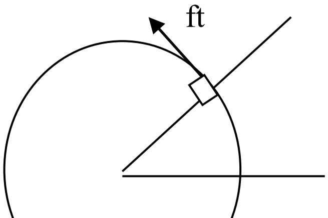
$$= -\left(-r\sin\theta\cos\theta.\dot{\theta} + r\cos\theta\sin\theta.\dot{\theta}\right)$$

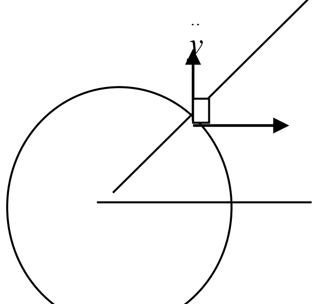
$$v_x = 0$$

ஆகவே வேகத்தின் பருமன் $= r\dot{\theta}$

வேகத்தின் திசை தொடலி வழியே அமையும்

8.





P $\ddot{x}$

fx

↖ $$f_t = \ddot{y}\cos\theta - \ddot{x}\sin\theta$$

$$= r\left(\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2\sin\theta\right)\cos\theta + r\left(\ddot{\theta}\sin\theta + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\sin\theta$$

$$= r\ddot{\theta}\cos^2\theta - r\cancel{\dot{\theta}^2\sin\theta}\cos\theta + r\ddot{\theta}\sin^2\theta + r\dot{\theta}^2\cancel{\sin\theta}\cos\theta$$

$$= r\ddot{\theta}\left(\cos^2\theta + \sin^2\theta\right)$$

$$f_t = r\ddot{\theta}$$

↙ $$f_x = -\left(\ddot{x}\cos\theta + \ddot{y}\sin\theta\right)$$

$$= -\ddot{x}\cos\theta - \ddot{y}\sin\theta$$

$$= r\left(\ddot{\theta}\sin\theta + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\cos\theta - r\left(\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}\sin\theta\right)\sin\theta$$

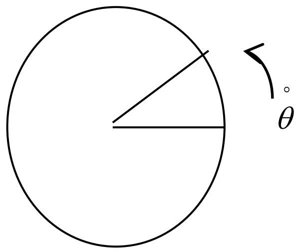
$$= r\ddot{\theta}\cancel{\sin\theta}\cos\theta + r\dot{\theta}^2\cos^2\theta - r\ddot{\theta}\cancel{\cos\theta}\sin\theta + r\dot{\theta}^2\sin^2\theta$$

$$= r\dot{\theta}^2\left(\cos^2\theta + \sin^2\theta\right)$$

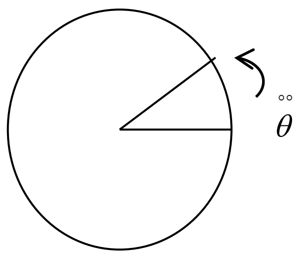
$$f_x = r\dot{\theta}^2$$

சாராம்சம்

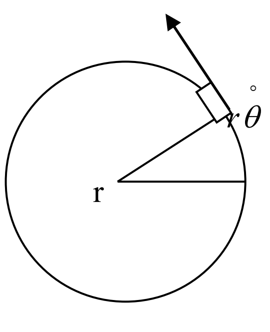
கோண வேகம்



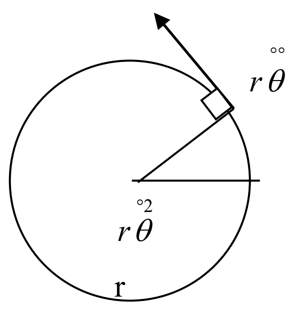
கோண ஆர்முடுகல்



வேகம்



ஆர்முடுகல்



மையம் நோக்கிய ஆர்முடுகல்

$$= r\overset{\circ}{\theta}^{2}$$

$$= r\left(\frac{V}{r}\right)^{2}$$

$$= \frac{V^{2}}{r}$$

9.வட்ட இயக்கத்தில் சீரான கதி V யுடன் இயங்கினால்

$$\sqrt{} = r\overset{\circ}{\theta}$$

$\therefore \overset{\circ}{\theta}$ மாறாது

$$\therefore \overset{\circ\circ}{\theta} = 0$$

$$\therefore f_t = 0$$

$\therefore$ மையம் நோக்கிய ஆர்முடுகல் மட்டுமே இருக்கும்.

கதி சீரற்றதாயின் ஆர்முடுகலின் இரு கூறுகளும் இருக்கும்.

10. சீரான கோண வேகம் w உடன் வட்டத்தில் இயங்கும் ஒரு துணிக்கை ஒரு செக்கனில் ஆற்றும் சுற்றுக்களின் எண்ணிக்கை x என்க

கோண இடப்பெயர்ச்சி

w = ______________________

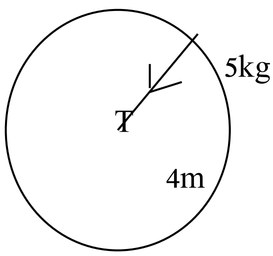
நேரம்

$= \frac{n.2\pi}{1}$

$w = 2n\pi$

11. கிடை வட்ட இயக்கம்

1. 5kg திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை ஓர் அழுத்தக் கிடைத்தளத்தில் உள்ளது. அது 4m நீளமுள்ள இழையினால் அத்தளத்தில் உள்ள நிலைப்பட்ட புள்ளி ஒன்றுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை $8ms^{-1}$ வீதம் ஒரு கிடை வட்டத்தில் இயங்கினால் இழையின் இழுவையைக் காண்க.



↙ $F = ma$ பிரயோகிக்க

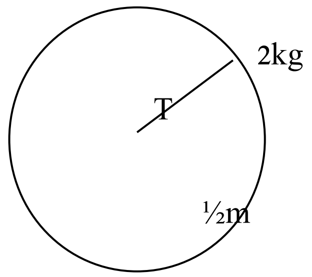
$T = m\frac{V^2}{r}$

$$= 5X\frac{8^2}{4}$$

$$= 5X\frac{8^2}{4}$$

$$= 80N$$

2. 1/2 m நீள இழையொன்று 16 kg நிறை ஒன்றை மட்டு மட்டாக அறாது தாங்க வல்லது. 2kg திணிவொன்று இழையின் நுனி ஒன்றுடன் இணைக்கப்பட்டு ஓர் ஒப்பமான மேசையில் சீராக இயங்குகிறது. இழையின் மற்றைய நுனி மேசையில் உள்ள நிலைப்பட்ட புள்ளி ஒன்றுடன் இணைக்கப்பட்டது. இழையை அறுக்காமல் நிமிடம் ஒன்றுக்கு துணக்கை எத்தனை தடவை சழலக்கூடும் என்ற எண்ணிக்கையின் அதியுயர் பெறுமதியைக் காண்க.



ஒரு செக்கனில் n சுழற்சிகள் என்க

$$w = 2n\pi$$

$$F = \frac{m}{a}$$

$$T = mrw^2$$

$$= 2x\frac{1}{2}x4x^2\pi^2$$

$$= 4x^2\pi^2$$

$T \leq 16x10$

$4x^2\pi^2 \leq 16x10$

$4x10x^2 \leq 16x10$

$x^2 = 4$

$x = 4$

$\therefore$ x உராய்வு = 2

$\therefore$ ஒரு நிமிடத்தில் உயர் சுழற்சிகள் = 2 x 60

= 120

ஊக்கின் விதி

மீள் தன்மை இழையொன்றின் இழுவையானது அதன் நீட்சிக்கு நேர்விகித சமமாகும்.

இழுவை T , நீட்சி e எனின்

T α e

T = Ke இங்கு $K = \frac{\lambda}{l}$ மாறிலி

λ – மீள் தன்மை மட்டு

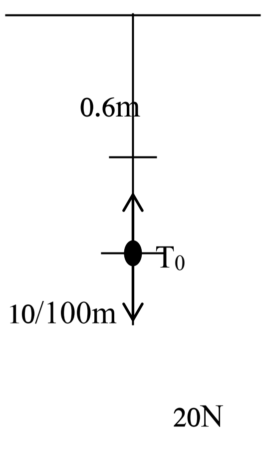
l - இயற்கை நீளம்

$$T = \frac{\lambda e}{l}$$

குறிப்பு :- இவ்விதியானது சுருள் வில்லில் நீட்சி அல்லது சுருக்கம் என்பவற்றுக்கும் பொருந்தும்.

3. 0.6 m நீளமான ஒரு மீள்தன்மை இழையின் நுனி ஓர் ஒப்பமான மேசையிலிருக்கும் ஒரு நிலைப்பட்ட புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் மற்ற நுனி 2 kg திணிவொன்றுடன் இணைக்கப்படுகிறது. 2kg திணிவு நிலைக்குத்தாக தொங்கவிடப்பட்டால் நீட்சி 10cm ஆக இருந்திருக்கும். துணிக்கையானது நிலைப்பட்ட புள்ளியைச் சுற்றி ஒரு வட்டத்திலே 40 சுற்றுக்கள் அல்லது நிமிடம் வீதம் இயங்குமாறு செய்யப்படுகிறது. இழையின் நீட்சியைக் கணிக்குக.

விடை



$T_o = 20$

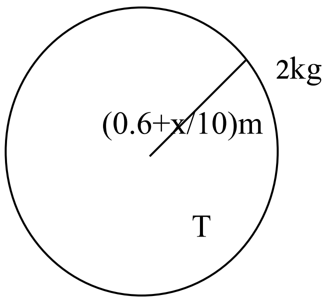
$$Kx\frac{10}{100}=20$$

$$K=200$$

$$w=2n\pi$$

$$=2x\frac{40}{60}\pi$$

$$W=\frac{4}{3}\pi$$



நீட்சி x cm என்க

$$F=ma$$

$$T=2\left(0.6+\frac{x}{100}\right)w^2$$

$$K\frac{x}{100}=2\left(0.6+\frac{x}{100}\right)x\frac{16\pi^2}{9}$$

$$200\frac{x}{100}=2\left(0.6+\frac{x}{100}\right)x\frac{16}{9}x10$$

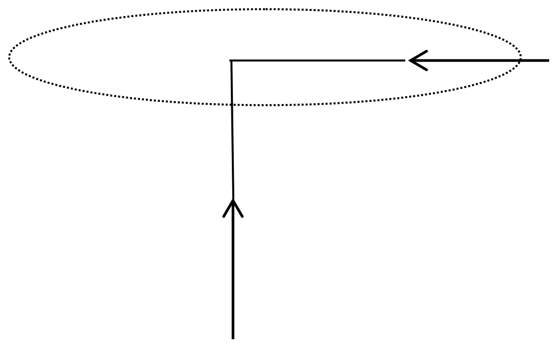
$$9x = 96 + \frac{160}{100}x$$

$$9x = 96 + 1.6x$$

$$7.4x = 96$$

$$x = \frac{480}{37} cm$$

4. ஓர் ஒப்பமான மேசையிலுள்ள ஒரு துவாரத்தின் வழியே செல்லும் ஓர் இழையில் இரு சம துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. ஒரு துணிக்கை மேசையிலும் மற்றையது கீழேயும் உள்ளன. மேசை மீதுள்ள துணிக்கை r ஆரையுடைய வட்டத்தில் ஒரு செக்கனுக்கு எத்தனை தடவை சுழன்றால் மற்றைய துணிக்கை ஓய்விலிருக்கும்.



ஒரு செக்கனில் n சுழற்சிகள் என்க

$\therefore \quad w = 2n\pi$

$\uparrow \quad T = mg \longrightarrow \quad 1$

$F = ma$

$\leftarrow \quad T = m.rw^2$

$1,2 \longrightarrow \quad mg = mrw^2$

$$w^2 = \frac{g}{r}$$

$$w = \sqrt{\frac{g}{r}}$$

$$2n\pi = \sqrt{\frac{g}{r}}$$

$$n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{r}}$$

5. ஒரு சமதள வட்டத்தட்டு அதன் மையத்தைக் குறித்து ஒரு செக்கனுக்கு 2 முழுச் சுழற்சிகள் வீதம் இயங்குமாறு செய்யப்படுகின்றது. பொருளுக்கும் தட்டுக்கும் இடையில் உள்ள உராய்வுக் குணகம் μ எனின் தட்டிலிருக்குமாறு ஒரு சிறு பொருளை வைக்க்கூடிய புள்ளிக்கும் தட்டின் மையத்திற்கும் இடையிலுள்ள தூரத்தின் அதியுயர் பெறுமதியைக் காண்க

படம்

$$w = 2n\pi$$

$$w = 2x2x\pi$$

$$w = 4\pi$$

$$F = m.xw^2$$

$$R = mg$$

அதியுயர் தூரத்துக்கு பொருள் எல்லைச் சமநிலையில் இருக்கும்.

$$\therefore \frac{F}{R} = \mu$$

$$\therefore \frac{mx.w^2}{mg} = \mu$$

$$x = \frac{mg}{16\pi^2}$$

கூம்பகம்

ℓ நிளமான நீட்ட முடியாத இலேசான இழை ஒன்றில் ஒரு முனை O என்னும் புள்ளியில் நிலைப்படுத்தப்பட்டு மறுமுனையில் m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று கட்டப்பட்டு துணிக்கையானது w என்னும் கோண வேகத்துடன் கிடை வட்டத்தை வரையுமாறு சுற்றப்படுகின்றது.(இழையானது கூம்பு ஒன்றின் வளை மேற்பரப்பை வரையும்)

படம்

$\uparrow \quad T\cos\theta - mg = 0$

$$T\cos\theta - mg = 0 \longrightarrow \quad (1)$$

$\rightarrow \quad F = ma$

$$T\sin\theta = ml\sin\theta w^2$$

$$T = mlw^2 \longrightarrow \quad (2)$$

2

$$\frac{1}{2} \Rightarrow \cos\theta = \frac{mg}{mlw^2} = \frac{g}{lw^2}$$

O வின் கீழ் துணிக்கையின் தூரம் θ இல் தங்கியுள்ளது.

$$ON = l\cos\theta = lx\frac{g}{lw^2} = \frac{g}{w^2}$$

$\therefore$ θ இல் தங்கியிருக்காது.

6. 2ட நீளமுள்ள ஓர் இழையின் நடுவில் ஒரு பாரமான துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு இழையின் ஒரு நுனி ஒரு நிலைப்பட்ட புள்ளி O உடனும் மற்றைய நுனி துணிக்கை அளவு நிறையுள்ளதும் O வினூடான நிலைக்குத்துக் கோலின் மீது வழுங்கக் கூடியதுமான ஒரு வளையத்துடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை கோலைக்குறித்து கோண வேகம் W உடன் ஒரு கிடை வட்டத்தில் இயங்கினால் நிலைக்குத்துடன் இழையின் இரு பக்கங்களும் ஆக்கும் கோணம்.

$Cos^{-1}\left(\frac{3g}{lw^2}\right)$ எனக் காட்டுக.

விடை

படம்

$\underset{-}{A} : \uparrow T_2 \cos\theta = mg \longrightarrow$ 1

$\underset{-}{B} : \uparrow T_1 \cos\theta = T_2 Cos\theta + mg$

$1 \Rightarrow T_1 Cos\theta = 2mg \longrightarrow$ 2

$\leftarrow F = ma$

$(T_1 + T_2) Sin\theta = ml \sin\theta w^2$

$T_1 + T_2 = mlw^2 \longrightarrow$ 3

$1 + 2 + 3 \Rightarrow mlw^2 Cos\theta = 3mg$

$$Cos\theta = \frac{3g}{lw^2} \Rightarrow \theta = Cos^{-1}\left(\frac{3g}{lw^2}\right)$$

7. ஒரு நிலைக்குத்துக் கோட்டிலுள்ள இரு புள்ளிகள் A,B ஆகியவற்றுடன் ஒரு துணிக்கை இரு சம இழைகளால் இணைக்கப்பட்டு சீரான கோணக் கதியுடன் ஒரு கடை வட்டத்தினை அமைத்து இயங்குகிறது. இரு இழைகளும் இறுக்கமாக இருக்க வேண்டும் எனின் கோணக்கதி $\sqrt{\frac{2g}{w}}$ இலும் அதிகமாதல் வேண்டும் எனக் காட்டு.

இங்கு $W = AB$

கோணக் கதி $2\sqrt{\frac{2g}{w}}$ ஆயின் இழைகளின் இழுவைகளின் 2விகிதம் 5:3 எனக் காட்டுக.

விடை

படம்

$\uparrow$ $T_1 Cos\theta = T_2 Cos\theta + mg$

$$T_1 - T_2 = \frac{mg}{\cos\theta} \longrightarrow 1$$

$\leftarrow$ $F = ma$

$$(T_1 + T_2)Sin\theta = m\frac{h}{2}\tan\theta . w^2$$

$$T_1 + T_2 = \frac{mhw^2}{2\cos\theta} \longrightarrow 2$$

$$1 + 2 \Rightarrow 2T_1 = \frac{mg}{Cos\theta} + \frac{mhw^2}{2Cos\theta}$$

$$T_1 = \frac{mhw^2 + 2mg}{4\cos\theta}$$

$$2-1 \Rightarrow 2T_2 = \frac{mhw^2}{2\cos\theta} - \frac{mg}{\cos\theta}$$

$$= \frac{mhw^2 - 2mg}{2\cos\theta}$$

$$T_2 = \frac{mhw^2 - 2mg}{4\cos\theta}$$

இரு இழைகளும் இறுக்க நிலையீல் இருப்பதற்கு $T_2 > 0$ ஆக வேண்டும்.

$$mhw^2 - 2mg > 0$$

$$\Rightarrow w^2 > \frac{2mg}{mw}$$

$$w > \sqrt{\frac{2g}{w}}$$

$w > \sqrt{\frac{2g}{w}}$ எனின்

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{mhx\frac{8g}{w} + 2mg}{mhx\frac{8g}{h} - 2mg} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$T_1 : T_2 = 5 : 3$$

நிலைக்குத்து வட்ட இயக்கம்

ஒரு நீளா இழையின் ஒரு முனை 0 நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. மறுமுனையில் m திணிவுள்ள துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு இழை இறுக்கமாக22 இருக்க நிலைக்குத்தாக கீழே பிடிக்கப்பட்டு U என்னும் கிடை வேகத்துடன் எறியப்படுகின்றது.
இழை கீழ்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் θகோணம் அமைக்கும் நிலையில்

படம்

சக்திக் காப்பு விதிப்படி

இயக்கசக்தி + அழுத்தசக்தி =மாறிலி

$$\frac{1}{2}mv^2 - mgaCos\theta = \frac{1}{2}mu^2 - mga$$

$$V^2 = U^2 - 2ag + 2agCos\theta \longrightarrow 1$$

இத்தொடரின் மூலம் எந்நிலையிலும் துணிக்கையின் வேகத்தைப் பெறமுடியும்.

- இதனைச் சூத்திரமாகப் பயன்படுத்த முடியாது.

$$F = ma$$

$$T = mgCos\theta = \frac{mv^2}{a}$$

$T = \frac{mv^2}{a} + mgCos\theta \longrightarrow \quad 2$

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ஆக T>0

$\therefore$ இவ் வீச்சில் இழை ஒரு போதும் தொய்யாது.

இவ் வீச்சில் $V = 0$ ஆயினும் இழை தொய்யாமல் ஊசல் இயக்கத்தை ஆற்றும்.

$\theta = \frac{\pi}{2}$ ஆக $V = 0$ உம் ஆயின் அரைவட்ட ஊசலாக இயங்கும்.

$1,2 \Rightarrow T = mgCos\theta + \frac{m}{a}\left(U^2 - 2ag + 2agCos\theta\right)$

$T = \frac{m}{a}\left(U^2 - 2ag + 3agCos\theta\right) \longrightarrow \quad 3$

இத்தொடர்பின் மூலம் எந்நிலையிலும் இழையின் இழுவையைப் பெற முடியும்.

- இதனைச் சூத்திரமாக பயன்படுத்த முடியாது.

துணிக்கை மைய மட்டடம் வரை மட்டு மட்டாக செல்லுமாயின்

$\theta = \frac{\pi}{2}$ ஆக $V = 0$ ஆகும்2

$1 \Rightarrow O = u^2 - 2AG$

$U = \sqrt{2ag}$

$U > \sqrt{2ag}$ எனின் துணிக்கை மைய மட்டத்துக்கு மேலே செல்லும்.

இனி வரும் இயக்கத்தில் இழை தொய்யலாம்.

தொய்யும் போது $T = 0$ ஆகும்

$3 \Rightarrow u^2 - 2ag + 3agCos\theta = 0$

$Cos\theta = \frac{2ag - U^2}{3ag} = Cos\alpha$ என்க

- இங்கு$U > \sqrt{2ag}$ ஆகையால் $Cos\theta < 0$ என்பதையும்
  ஆகசே θ விரிகோணம் என்பதையும் அவதானிக்கவும்

  அப்போது $V = V_0$ என்க

  $$1 \Rightarrow V_0^2 = U^2 - 2ag + 2ag\frac{(2ag - U^2)}{3ag}$$

  $$V_0^2 = \frac{U^2 - 2ag}{3}$$

  $$V_0 = \sqrt{\frac{U^2 - 2ag}{3}}$$

  மீண்டும் இழை இயங்கும் வரை துணிக்கை எறிபொருளாக இயங்கும்

  படம்

பூரண வட்ட இயக்கம்

$\theta = \pi$ ஆக $T \geq 0$ ஆயின்
துணிக்கை பூரண வட்டத்தில் இயங்கும்

$$3 \Rightarrow u^2 - 2ag - 3ag \geq 0$$

$$u^2 \geq 5ag$$

$$u \geq \sqrt{5ag}$$

$u \geq \sqrt{5ag}$ எனின் $\theta = \pi$ ஆக$T = 0$ எனினும்

$$1 \Rightarrow V^2 - U^2 - 2ag - 2ag = 4ag$$

$$uV = \sqrt{4ag > 0}$$

ஆகையால் துணிக்கை விழாது பூரண வட்டத்தில் இயங்கும். இச்சந்தர்ப்பத்தில் துணிக்கை மட்டு மட்டாக பூரண வட்டத்தை வரையும் எனப்படும் ஒப்பமான கோணத்தின் உள் மேற்பரப்பில் துணிக்கையின் இயக்கமும் மேலே குறிப்பிட்ட இயக்கமாகவே அமையும். ஆனால் இழுவிசை T இற்குப் பதிலாக மறுதாக்கம் R இருக்கும்.

உதாரணங்கள்.

01. m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இலேசான a நீளமுடைய நீளா இழையொன்றின் ஒரு முனைக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் மறுமுனை O என்னும் நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை O விற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே a தூரத்தில் உள்ள A என்னும் புள்ளியில் சமநிலையில் இருக்கும் போது அதற்கு $\sqrt{\frac{3ag}{2}}$ எனும் வேகம் கிடையாகக் கொடுக்கப்பட்டது. இழை கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் 60^0 அமைக்கும் போது துணிக்கையின் வேகத்தையும் இழையின் இழுவையையும் காண்க.

படம்

சக்திக் காப்பு விதிப்படி

$$\frac{1}{2}mv^2 - mgaCos60^0 = \frac{1}{2}m\frac{3ag}{2} - mga$$

$$V^2 = \frac{3ag}{2} - 2ag + ag$$

$$V^2 = \frac{ag}{2}$$

$$V = \sqrt{\frac{ag}{2}}$$

$$F = ma$$

$$T - mgCos60^0 = \frac{mv^2}{a}$$

$$T = \frac{m}{a}x\frac{ag}{2} + \frac{mg}{2}$$

$$T = mg$$

2. m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இலேசான A நீளமுடைய நீளா இழையொன்றின் ஒரு முனைக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் மறுமுனை O எனும் நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டது. துணிக்கை O விற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே தொங்கும் போது $\sqrt{\frac{7ag}{2}}$ என்னும் கிடை வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. இழை மேல்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் 60^0 அமைக்கும் போது தொய்யும் எனக் காட்டுக.

படம்

சக்தி காப்பு விதிப்படி

$$\frac{1}{2}mv^2 - mgaCos60^0 = \frac{1}{2}m\frac{7ag}{2} - mga$$

$$V^2 = \frac{7ag}{2} - 2ag - ag$$

$$V^2 = \frac{ag}{2}$$

$$F = ma$$

$$T + mgCos60^0 = \frac{mv^2}{a}$$

$$T + mgx\frac{1}{2} = \frac{m}{a}x\frac{ag}{2}$$

$$T = 0$$

$\therefore$ இழை தொய்யும்

3.மையம் O வையும் ஆரை a யையும் உடைய ஒரு ஒப்பமான நிலைத்த திண்மக் கோளம் ஒன்றின் மேற்பரப்பில் பாரமான ஒரு துணிக்கை P ஆனது மேல்முக நிலைக்குத்துடன் ஒரு கூர்ங்கோணம் α வை OA ஆக்கத்தக்கதாக ஒரு புள்ளி யிலே வைக்கப்பட்டு விடப்படுகிறது. OP ஆனது மேன்முக நிலைக்குத்துடன் ஒரு கோணம் θ வை ஆக்கும் போது துணிக்கை கோளத்தின் மேற்பரப்பின் மீது இருக்குமாயின் வேகம்

$\sqrt{2ag(Cos\alpha - Cos\theta)}$ எனக் காட்டி இவ்வேளையிலே துணிக்கை மீதுள்ள மறுதாக்கத்தைக் காண்க. இதிலிருந்து OP ஆனது மேன்முக நிலைக்குத்துடன் $Cos^{-1}\left(\frac{2\cos\alpha}{3}\right)$ கோணத்தை ஆக்கும் போது துணிக்கை கோளத்தின் மேற்பரப்பில் இருந்து வெளியேறும் எனக் காட்டுக.

படம்

சக்திக்காப்பு விதிப்படி

$$\frac{1}{2}mv^2 - mgaCos\theta = o + mgaCos\alpha$$

$$V^2 = 2ag(Cos\alpha - Cos\theta)$$

$$V = \sqrt{2ag(Cos\alpha - Cos\theta)}$$

$$F = ma$$

$$mgCos\theta - R = \frac{MV^2}{a}$$

$$R = mgCos\theta - \frac{m}{a}x2ag(Cos\alpha - Cos\theta)$$

$$= mg(3Cos\theta - 2Cos\alpha)$$

$R = 0$ ஆகும் போது துணிக்கை மேற்பரப்பில் இருந்து வெளியேறும்.

$$3Cos\theta - 2Cos\alpha = 0$$

$$Cos\theta = \frac{2Cos\alpha}{3}$$

$$\theta = Cos^{-1}\left(\frac{2Cos\alpha}{3}\right)$$

04. 5a நீளமுடைய AB எனும் இலேசான இழையொன்று A யில் நிலைத்த ஒரு புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது அது B யில் பாரமான திணிவொன்றைக் கொண்டுள்ளது. இழையானது கிடை நிலையில் இறுக்கமாக வைக்கப்பட்டு பின்னர் நுனி B விடுவிக்கப்படுகிறது. இழை நிலைக்குத்தாக வரும் போது A யிற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே 3a தூரத்தில் அமைந்துள்ள ஒரு சிறிய முனை C யுடன் தொடுகையுறுகிறது. இழையிலுள்ள இழுவையானது உடனடியாக இருமடங்கு ஆகுமெனவும் அடுத்துள்ள இயக்கத்தில் துணிக்கையானது C ஐ மையமாகக் கொண்ட முழுமையான வட்டம் ஒன்றை மட்டுமட்டாய் வரையும் எனக் காட்டுக.

படம்

சக்திக்காப்பு விதிப்படி $\frac{1}{2}MV^2 - mg.5a = 0 + 0$

$$V^2 = 10ag$$

சற்று முன் $\uparrow$ $F = ma$

$$T - mg = \frac{MV^2}{5a}2$$

$$T = mg + \frac{m}{5a}10ag = 3mg$$

சற்று பின் ↑ $F = ma$

$$T_1 - mg = \frac{MV^2}{2a}$$

$$T_1 - mg = \frac{m}{2a}10ag = 6mg$$

சக்திக் காப்பு வாயு $\therefore T_1 = 2T$

$$\frac{1}{2}MV_1^2 - mga = \frac{1}{2}MV^2 - mg.5a$$

$$V_1^2 = V^2 - 8ag$$

↓ $F = ma$

$$T_2 + mg = \frac{mv_1^2}{2a} \Rightarrow T_2 = \frac{m(v^2 - 8ag)}{2a} - mg$$

$$= \frac{m}{2a}(10ag - 8ag) - mg = 0$$

எனவே துணிக்கை மட்டுமட்டாக பூரணவட்ட இயக்கம் ஆற்றும்இ

05. m திணிவு உடைய துணிக்கை ஒன்று இலேசான a நீளமுடைய நீளா இழையொன்றின் ஒரு முனைக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் மறுமுனை O என்னும் நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்ககை நிலைக்குத்தாக தொங்கும் போது U எனும் கிடைவேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. இழை கீழ் நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் θ கோணம் ஆக்கும் போது துணிக்கையின் வேகத்தையும் இழையின் இழுவையையும் துணிவதற்கான சமன்பாடுகளைத் பெறுக. $U^2 = \frac{7ag}{2}$ எனின். இழை தொய்யும் போது மேல்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் அமைக்கும் கோணத்தைக் காண்க. இச் சந்தர்ப்பத்தில் துணிக்கை எறிபொருளாக இயங்கிய பின் இழை மீண்டும் இறுகும் நிலையைக் காண்க.

விடை

படம்

சக்திக்காப்பு விதிப்படி $\frac{1}{2}mv^2 - mgaCos\theta = \frac{1}{2}mu^2 - mga$

$$V^2 = U^2 - 2ag + 2agCos\theta \longrightarrow \quad 1$$

$$\nwarrow \quad F = ma$$

$$T - MgCos\theta = \frac{MV^2}{a}$$

$$T = mgCos\theta + \frac{m}{a}\left(U^2 - 2ag + 2agCos\theta\right)$$

$$T = \frac{m}{a}\left(U^2 - 2ag + 3agCos\theta\right) \longrightarrow \quad 2$$

$U^2 = \frac{7ag}{2}$ எனின்

$$2 \Rightarrow T = \frac{m}{a}\left(\frac{7ag}{2} - 2ag + 3agCos\theta\right)$$

$$T = \frac{3mg}{2}\left(Cos\theta + \frac{1}{2}\right)$$

இழை தொய்யும் போது

$$T = 0$$

$$Cos\theta + \frac{1}{2} = 0$$

$$Cos\theta = -\frac{1}{2}$$

$$\theta = 120$$

∴ இழை தொய்யும் போது மேல்நோக்கிய நிலைக்கத்துடன் 60 பாகைக் கோணம் அமைக்கும். இந்நிலையில்

$$1 \Rightarrow V_o^2 = \frac{7ag}{2} - 2ag + 2ag\left(\frac{-1}{2}\right)$$

$$V_o^2 = \frac{ag}{2}$$

$$V_o = \sqrt{\frac{ag}{2}} \; 02$$

← $S = Ut + \frac{1}{2}at^2$

$$\alpha Sin60 = V_0 Cos60t + 0$$

$$t = \frac{a}{v_0}\tan 60$$

↑ $S = Ut + \frac{1}{2}at^2$

$$h = v_0 \sin 60t - \frac{1}{2}at^2$$

$$= v_0 \sin 60x\frac{a}{v_0}\tan 60 - \frac{1}{2}g.\frac{a^2}{v_0^2}\tan^2 60$$

$$= \frac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3} - \frac{1}{2}\frac{ga^2}{ag}x2x3$$

$$= \frac{3a}{2} - 3a = \frac{-3a}{2}$$

∴ துணிக்கை A க்கு வரும் போது இழை இறுகும்

பயிற்சிகள்

01. a ஆரையுடைய ஒப்பமான கோளவடிவப் பாத்திரம் ஒன்றினுள் துணிக்கை ஒன்று பாத்திரத்தின் மையத்திற்கு கீழ் $\frac{a}{2}$ ஆழத்தில் கிடை வட்டமொன்றில் இயங்குகின்றது. துணிக்கையின் கதி $\frac{1}{2}\sqrt{6ag}$ எனக் காட்டுக.

02. துணிக்கை ஒன்று இரு சமநீள, இலேசான இழைகளால் இணைக்கப்பட்டு இழையின் மறுமுனைகள் ஒரே நிலைக்குத்துக் கோட்டில் a இடைத்தூரத்தில் உள்ள இரு புள்ளிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கை w என்னும் சீரான கோணவேகத்துடன் ஒரு கிடைவட்டத்தில் இயங்குகின்றது. இரு இழைகளும் இறுக்கமாக இருக்க w ஆனது $\frac{2g}{a}$ இலும் அதிகமாக இருக்க வேண்டும் எனக் காட்டுக.

   மேலும் இழைகளின் இழுவைகள் 2:1 என்ற விகிதத்தில் இரு2ப்பின் $w = \sqrt{\frac{6g}{a}}$ எனவும் காட்டுக.

03. 18a நீளமுடைய இலேசான இழையொன்றின் முனைகள் ஒரே நிலைக்குத்துக் கோட்டில் 12a இடைத்தூரத்திலுள்ள யு,B என்னும் இரு புள்ளிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. B ஆனது A இற்குக் கீழே உள்ளது. இவ்விழையில் m திணிவுடைய C என்னும் வளையம் ஒன்று சேர்க்கப்பட்டுள்ளது. வளையம் B யை மையமாகக் கொண்ட கிடைவட்டமொன்றில் இழை இறுக்கமாக இருக்கத்தக்கதாக சுழல்கிறது. BC=5a எனவும் இழையிலுள்ள இழுவை $\frac{13mg}{12}$ எனக் காட்டுக.

04. அரையுச்சிக் கோணம் α ஐ உடைய கூம்பு ஒன்று அதன் அச்சு நிலைக்குத்தாகவும், உச்சி மேல்நோக்கியும் இருக்குமாறு நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. ட நீளமுடைய இலேசான நீளா இழையொன்றின் ஒரு முனை கூம்பின் உச்சிக்கு இணைக்கப்பட்டு, இழையின் மறுமுனையில் அ திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது.

இத்துணிக்கை கூம்பின் ஒப்பமான வெளி மேற்பரப்பில் ஓய்வில் உள்ளது. துணிக்கையானது கூம்புடன் தொடுகையில் உள்ளவாறு சீரான கோண வேகம் w உடன் கிடை வட்டமொன்றில் இயங்குகின்றது. $\omega^2 < \frac{g \sec \alpha}{l}$ எனக் காட்டி இழையிலுள்ள இழுவையைக் காண்க.

05. அரையுச்சிக் கோணம் 300 உடைய ஒரு கூம்பின் அடி கிடையான மேசையில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. உச்சி V யின் ஊடாகச் செல்லும் இழையின் நுனிகளில் m திணிவுடைய A,B எனும் துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டு A நிலைக்குத்தாக தொங்கிக் கொண்டுள்ளது. B கூம்பின் பிற்பாக்கியில் இயங்கிக் கொண்டிருக்கிறது. BV=lஆக அமைய வேண்டுமாயின் B ஆனது $\sqrt{(4-2)\sqrt{3\frac{g}{l}}}$ எனும் மாறா கோண வேகத்தில் கிடை வட்டத்தை ஆற்ற வேண்டும் எனக் காட்டுக. B யில் உள்ள மறுதாக்கம் யாது?

06. 3a நீளமுடைய ஒரு இலேசான இழையின் ஒரு முனை A என்னும் ஒரு புள்ளிக்கும் மறு முனை A யிற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே A யிலிருந்து 2a தூரத்திலுள்ள B என்னும் புள்ளிக்கும் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. m திணிவுடைய ஒரு சிறிய வளையம் R இழையில் சேர்க்கப்பட்டுள்ளது.

அ) R> இழையின் நடுப்புள்ளியில் நிலைப்படுத்தப்பட;2L $\sqrt{5ag}$ என்னும் கதியுடன் கிடை வட்டம் ஒன்றில் இயங்கினால் இழையின் AR,BR பகுதிகளில் உள்ள இழுவையைக் காண்க.

ஆ) R இழையில் சுயாதீனமாக அசையக்கூடியதாகவும், இழை இறுக்கமாக இருக்க B ஐ மையமாகக் கொண்ட கிடை வட்டம் ஒன்றில் இயங்கினால் $BR = \frac{5a}{6}$ எனக் காட்டி, R இன் கதியைக் காண்க.

07. m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை k களமுடைய இலேசான நீளா இழையொன்றினால் நிலைத்த ஒரு புள்ளியில் இருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. இத்துணிக்கை ω எனும் சீராக கோண வேகத்துடன் கிடை வட்டமொன்றினை வரைகின்றது. நிலைக்குத்துடன் இழையின் சாய்வு θ எனின் $\omega^2 Cos\theta = \frac{g}{l}$ என நிறுவுக.

இழை மீள்தன்மை உடையது எனவும் இழையின் இயற்கை நீளம் a எனவும் இழையில் x நீளம் நீட்சியை ஏற்படுத்த தேவையான விசை λx எனவும் தரப்படின் சீரான வட்ட இயக்கத்தில் ω,θ என்பன $\omega^2 Cos\theta = \frac{g}{a}\left(1 - \frac{m\omega^2}{\lambda}\right)$ என்னும் சமன்பாட்டில் தரப்படும் எனவும் காட்டுக.

08. A,B என்னும் சம துணிக்கைகள் நீளம் a ஐ உடைய நீட்டமுடியாத இலேசான இழை ஒன்றினாலே தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. நீளம் a ஐ உடைய வேறொரு நீட்டமுடியாத இலேசான இழையினால் நிலைத்த ஒரு புள்ளி O வுடன் A இணைக்கப்பட்டுள்ளது . இழைகள் OA,AB என்பன எப்பொழுதும் நிலைக்குத்துத் தளம் ஒன்றிலே இருக்க துணிக்கைகள் கிடை வட்டங்களில் இயங்கி கீழ் முக நிலைக்குத்துடன் முறையே θ,β என்னும் கோணங்களை ஆக்குகின்றன.

1. OA,AB ஆகிய இழைகளில் உள்ள இழுவைகள் $2Cos\beta : Cos\alpha$ என்னும் விகிதத்தில் இருக்கின்றன.
2. கோண வேகம் ω ஆனது $\omega^2 = \frac{g\tan\beta}{a(Sin\alpha + Sin\beta)}$ இனால் தரப்படும் எனவும்
3. $Sin\alpha\tan\beta = (Sin\alpha + Sin\beta)(2\tan\alpha\beta)$ எனவும் காட்டுக

09. m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை P> நிலையான புள்ளி ஓய்விலிருந்து l இயற்கை நீளம் கொண்ட இலேசான மீள் தன்மை இழையொன்றினால் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. சமநிலையில; p ஆனது, O விற்கு கீழ் $\frac{3l}{2}$ ஆழத்தில் தொங்குகிறது. துணிக்கை p ஆனது இழை நிலைக்குத்துடன் 60 பாகைக் கோணத்தை ஆக்கிக் கொண்டு சீரான கோண வேகத்துடன் கிடை வட்டம் ஒன்றில் இயங்குமாறு செய்யப்படுகின்றது. பின்வருவனவற்றைக் காட்டுக.

1. இழையின் இழுவை $2mg$
2. வட்டத்தின் ஆரை $\sqrt{3l}$
3. கோண வேகம் $\sqrt{\frac{g}{l}}$

10. O வை மையமாகவுடையதும் a ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட ஒப்பமான அரைக்கோளவடிவக் கிண்ணம் ஒன்று அதன் விளிம்பு மேல் நோக்கியும், கிடையாகவும் இருக்குமாறு நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. 3m திணிவுடைய P என்னும் துணிக்கை கிண்ணத்தின் உள் மேற்பரப்பில் ω என்னும் கோண வேகத்துடன் கிடை வட்டத்தில் இயங்குகின்றது. P இற்கு 2ய நீளமுடைய இலேசான இழை ஒன்று இணைக்கப்பட்டு இழையானது பாத்திரத்தின் அதி தாழ் புள்ளியில் உள்ள ஒப்பமான துவாரத்தின் ஊடு சென்று மறு முனையில் m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இத்துணிக்கை ω எனும் கோண வேகத்துடன் கிடைவட்டத்தில் கூட்பூசலாக இயங்குகின்றது. இரண்டாவது துணிக்கையின் இயக்கத்தைக் கருதி $\omega^2 > \frac{g}{b}$ எனின் மட்டுமே இவ்வியக்கம் சாத்தியம் ஆகுமென நிறுவுக. இங்கு b பாத்திரத்திற்கு வெளியே உள்ள இழையின் நீளம்.

நிலைக்குத்துடன் OP அமைக்கும் கோணம் 60 பாகை எனின் $\omega^2 = \frac{6g}{a}$ எனக் காட்டி பாத்திரத்திற்கும் முதலாவது துணிக்கைக்கு இடையேயான மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

11. A,B என்பன B யிற்கு மேலே A அமைய, ஒரே நிலைக்குத்துக் கோட்டில் இடைத்தூரம் C யில் இருக்கும் நிலைத்த இரு புள்ளிகளாகும். இவை சுயாதீனமாக அசையத்தக்க பாரமான சிறிய ஒரு வளையம். C யினூடாகச் செல்கின்ற நீட்ட முடியாத இலேசான இழை ஒன்றினால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. AB மீது மையத்தைக் கொண்ட கிடை வட்டம் ஒன்றில் வளையம் C யானது மாறாக் கோணக் கதி ω உடன் செல்லும் போது A,B ஆகியவற்றில் இருந்து C யின் தூரங்கள் முறையே b,a ஆகும் b>a எனவும் ω^2 ஆனது

$\left(CosA - CosB\right)\omega^2 = g\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ இனாலே தரப்படுகின்றது எனவும் காட்டுக. இங்கு A,B என்பன முறையே கோணங்கள் BAC,ABC என்பவற்றைக் குறிக்கின்றது. மேலும் முக்கோணி ABC இற்கான கோசைன் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி $\omega^2 = \frac{2gca+b}{b-a\left[\left(a+b\right)^2 - c^2\right]}$ எனவும் காட்டுக.

12. 2m திணிவுடைய துணிக்கை p,q நீளமுடைய இலேசான நீளா இழையால் O என்னும் நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை p இன்னொரு a நீளமுடைய a நீளமுடைய இலேசான நீளா இழையினால் 3m திணிவுடைய ஒரு சிறிய வளையம் Q விற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்வளையமானது O வின் ஊடாகச் செல்லும் ஒப்பமான நிலைக்குத்துக் கம்பி ஒன்றில் வழுக்குமாறு உள்ளது. துணிக்கை p ஆனது OP கீழ் நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் $\frac{\pi}{3}$ கோணத்தை ஆக்கிக் கொண்டு ஒரு கிடை வட்டத்தில் இயங்குகின்றது.

1. இழைகள் OP,OQ இலுள்ள இழுவைகளைக் காண்க.
2. P யின் கதி $\sqrt{6ag}$ எனக் காட்டுக.
3. தொகுதியின் சுழற்சிக் காலத்தைக் காண்க.

13.ஒரு துணிக்கையானது a நீளமுள்ள நீளா இழையினால் இணைக்கப்பட்டு ஒரு நிலையான புள்ளியிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. அதே திணிவுள்ள இரண்டாவது துணிக்கை ஒன்று சம நீளமுள்ள இழையால் இணைக்கப்பட்டு முதலாவது துணிக்கையிலிருந்து தொங்குகிறது. இத்தொகுதி முழுவதும் தொங்கு புள்ளிக்கூடான நிலைக்குத்துக் கோடு பற்றிச் சீரான கோண வேகம் ω உடன் சுழல்கிறது. மேல் உள்ள இழையும் கீழ் உள்ள இழையும் நிலைக்குத்துடன் முறையே α,βஎன்னும் ஒருமைக் கோணங்கள் அமைகின்றன $\tan\alpha = k\left(\sin\alpha + \frac{1}{2}\sin\beta\right)$ எனவும் $\tan\beta = k(\sin\alpha + \sin\beta)$ எனவும் காட்டுக. இங்கு $k = \frac{a\omega^2}{g}$ இலிருந்து α உம் β உம் மிகச் சிறிதாக ஓர் உறுதியான இயக்கம் சாத்தியமெனின் $k = 2 \pm \sqrt{2}$ எனவும் $\frac{\beta}{\alpha} = \pm\sqrt{2}$ எனக் காட்டுக.

14. a ஆரையை உடைய ஒப்பமான நிலையான பொட்கோளத்தின் உட்பகுதியில் அதியுயர் புள்ளியில் b நீளமுடைய இழையின் ஒரு முனை கட்டப்பட்டு மறுமுனையில் துணிக்கை ஒன்று கட்டப்பட்டுள்ளது. இங்கு $\sqrt{2a < b < 2a}$ ஆகும் இழை இறுக்கமாகவும் துணிக்கை கோளத்தின் உட்பரப்பை தொடும்படியும் ω எனும் சீரான கோணவேகத்துடன் கிடை வட்டத்தை வரைகிறது. இவ்வியக்கம் சாத்தியமாக இருப்பதற்கு $\frac{2ag}{b^2} \le \omega^2 \le \frac{2ag}{b^2 - 2a^2}$ ஆதல் வேண்டும் எனக் காட்டு

15. நிலைக்குத்துக் கோட்டில் AB=1 ஆகுமாறு B யிற்கு மேல் A இருக்குமாறு A,B ஆகிய புள்ளிகளில் இரு ஒப்பமான இலேசான வளையங்கள் இப்புள்ளி பற்றி சுழலக்கூடியவாறு பொருத்தப்பட்டுள்ளன. 2ட நீளம் உடைய இழையில் ஒரு பாரமான ஒப்பமான வளையம் கோர்க்கப்பட்டு இழையின் முனைகள் A,B இற்கு கட்டப்பட்டுள்ளன. இழையில் சேர்க்கப்பட்ட வளையமானது A யிற்கு கீழ் y ஆழத்தில் ω எனும் மாறாக் கோண வேகத்துடன் கிடை வட்டத்தில் சுழல்கின்றது $Y = \frac{1}{2}l + \frac{4g}{3\omega^2}$ எனக் காட்டுக.

16. m திணிவுடைய P எனும் துணிக்ககை இலேசான நீளா இழை மூலம் O எனும் நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு O வை மையமாகக் கொண்ட நிலைக்குத்து வட்டத்திலே இயங்குகின்றது. P ஆனது அதன் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளியிலிருக்கும் போது இழையிலுள்ள இழுவை T_1 ஆகும் Op கீழ்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் θ கோண வேகத்தை ஆக்கும் போது இழையின் இழுவை T ஆனது $T_1 3mg(1-\cos\theta)$ என்பதால் தரப்படும் என நிறுவுக. OP கிடையாக இருக்கும் போது இழையின் இழுவை $T = T_2$ எனின் இழை தொய்யாது. துணிக்கை பூரண சுழற்சிகளை ஆக்குவதற்க $\frac{T_2}{T_1} \geq \frac{1}{2}$ என நிறுவுக. $\frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{4}$ எனின் இழை தொய்யும் போது பெறுமானத்தைக் காண்க.

17. பாரமான ஒரு துணிக்கையானது a ஆரையுடைய ஓர் அழுத்தமான நிலைத்த திண்மக் கோளத்தின் மிக உயர்ந்த புள்ளியில் இருந்து வேகம் U உடன் கிடையாக எறியப்படுகிறது. $U \geq \sqrt{ag}, u < \sqrt{ag}$ ஆகிய இரு வகைகளையும் வேறுபடுத்தி இயக்கத்தை விபரிக்க.

U=0 எனின் அத்துணிக்கையானது அக்கோளத்தின் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளியினூயாக கிடைத்தளத்தை நிலைக்குத்து விட்டத்தில் இருந்து தூரம் $5\left(4\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)\frac{a}{27}$ இலே அடிக்குமென நிறுவுக.

18. O வை மையமாகவும் a யை ஆரையாகவும் கொண்ட பொற்கோளம் ஒன்றின் ஒப்பமான உள்மேற்பரப்பிலே துணிக்கை யொன்று o வினூடான தளத்திலே நிலைக்குத்து வட்டத்தில் இயங்குகின்றது. துணிக்கையானது கோளத்தின் உட்பரப்பில் அதி தாழ் புள்ளியில் இருந்து U என்னும் தொடக்க வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. துணிக்கை P எனும் புள்ளியில் கோளப்பரப்பை விட்டு நீங்குகின்றது. OP யானது O இனூடான மேல் நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் θஎனும் கோணத்தை அமைக்கின்றது. $Cos\theta = \frac{U^2 - 2ag}{3ga}$ எனக் காட்டுக.

$Cos\theta = \frac{4}{5}$ எனின் துணிக்கை கோளத்தை விட்டு நீங்கிய பின்னர் தொடரும் இயக்கத்தில் O வினூடான நிலைக்குத்துக் கோட்டைக் O விற்கு மேலே $\frac{115}{128}a$ தூரத்தில் கடந்து செல்லும் எனக் காட்டுக.

19. b நீளமுடைய இலேசான கோலொன்றின் ஒரு முனை O எனும் நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு மறுமுனை A யில் m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது . OA நிலைக்குத்தாகத் தொங்குகையில் துணிக்கைக்கு கிடையாக 5U எனும் வேகம் கொடுக்கப்பட்டு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் பூரண வட்டத்தில் இயங்குகின்றத. அதன் வட்டப் பாதையின் அதியுயர் புள்ளியில் துணிக்கையின் கதி 3u எனின் $U^2 = \frac{1}{4}gb$ எனக் காட்டுக OA கீழ் நோக்கிய

நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை ஆக்கும் பொழுது $b\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{1}{4}(17 + 8Cos\theta)g$ எனக் காட்டி கோலில் உள்ள விசையைக் காண்க.

20. ஒரு திறப்பிசின; (Trapeze) இன் சட்டப்படல் ஒவ்வொன்றும் 2a நீளமுடைய A,B,C என்பவற்றில் அழுத்தமாகப் பொருத்தப்பட்ட BC,CA,AB எனும் மூன்று இலேசான மெல்லிய சட்டங்களைக் கொண்டுள்ளது. ஒரு சர்க்கஸ் அரங்கில் A எனும் உச்சியிலிருந்து அது சுயாதீனமாகத் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுள்ள P,Q என்னுமிரண்டு சிறிய பாதுகாப்புப் பிடி வளையங்கள் ஒவ்வொன்றும் $l(< a)$ நீளமுடைய மெல்லிய இலேசான நீளா இழைகளினால் B,C என்னும் உச்சிகளில் இருந்து தொங்க விடப்பட்டன P,O என்னுமிரு வளையங்களும் இழைகள் இறுக்கமாகவும் டீஊ இற்கு வெளியில் இருக்கத்தக்கவாறும் (நீட்டப்பட்ட)

BC எனும் கிடைக்கோட்டில் பிடிக்கப்பட்டு அந்நிலையில் இருந்து விடப்பட்டன. ஒவ்வொரு இழையும் θ கோணத்தைக் கூடாக ஊசலாடிய போது அதிலுள்ள இழுவிசையைக் காண்க. சட்டம் BC aஜலுள்ள தகைப்பு $2\sqrt{3mg}\sin\theta\sin(60-\theta)$ எனக் காட்டி அதன் அதிகூடிய பெறுமானத்தைக் காண்க.

21. a என்னும் ஆரையுடைய ஒப்பமான ஒரு நிலைக்குத்துக் கோளவடிவ ஓட்டின் உட்பக்கத்தின் மீது சுயாதீனமாக இயங்கக் கூடிய துணிக்கையானது ஓட்டின் அதி தாழ்ந்த புள்ளியான P யிலிருந்து $\sqrt{\lambda ag}$ எனும் வேகத்துடன் கிடையாக எறியப்படுகிறது. $2<\lambda<5$
எனில் துணிக்கையானது அதியுயர் புள்ளியைச் சென்றடைய முன்னர் ஓட்டினை விட்டு நீங்கி, அடுத்து நிகழும் இயக்கத்திலே P யிற்கு மேலே $\frac{a}{54}(8-\lambda)(1+\lambda)^2$ எனும் உயரத்தை அடையுமெனக் காட்டுக.

22. ஆரை a யை உடைய ஒப்பமான கோள ஓட்டின் உட்புறத்தில் m திணிவுடைய சிறு துணிக்கை ஒன்று வைக்கப்பட்டு u என்னும் கிடை வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது.

1. $U^2 \geq ag$ எனின் துணிக்கை கோளப்பரப்பை விட்டு அகலாது எனக் காட்டுக.
2. $U^2 < ag$ எனின் துணிக்கையின் பாதை ஓட்டினை மீண்டும் $Cos\theta = \left(\frac{2u^2}{ag}-1\right)$

இனால் கொடுக்கப்படும் புள்ளியில் சந்திக்கும் எனக் காட்டுக. இங்கு துணிக்கை ஓட்டினைச் சந்திக்கும் புள்ளியினூடான ஆரைக்கும் மையத்தின் ஊடான மேல் நோக்கிய நிலைக்குத்துக்கும் இடையே உள்ள கோணமாகும்.

23. m திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்று m திணிவுள்ள மூடிய பெட்டியின் மூடியிலிருந்து தொங்கும் இலேசான நீட்டமுடியாத a நீள இழையோடு தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. பெட்டி கரடான மேசையின் மேல் ஓய்வில் உள்ளது. துணிக்கை மூடிக்கு அருகில் பிடிக்கப்பட்டு கயிறு இறுக்கமாக இருக்க விடுவிக்கப்படுகிறது. பெட்டி அசையாது எனக் கருதி மேசையினால் பெட்டியில் ஏற்படும் ஒருச்சரிவு அடையாது எனக் கொண்டு பெட்டி வழுக்காதிருப்பதற்குரிய நிபந்தனை $\mu > \frac{3m}{2\sqrt{[M(M+3m)]}}$ எனக் காட்டுக. இங்கு μ பெட்டிக்கும், மேசைக்கும் இடையே உள்ள உராய்வுக் குணகம் ஆகும்.

24. a நீளமான இலேசான இழையொன்றின் ஒரு முனை பூரணமான கரடான கிடை மேசை மீது ஓய்விலிருக்கும் M திணிவுடைய ஒரு சுமை A யிற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் மறுமுனை A யிலிருந்து ய தூரத்தில் பிடிக்கப்பட்டு அ திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை B யிற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இத்துணிக்கை மேசையிலிருந்து $U\left(3 \leq \frac{u^2}{ag} \leq 6\right)$ எனும் வேகத்துடன் நிலைக்குத்தாக மேனோக்கி எறியப்படுகிறது. சுமை யு ஓய்வில் உள்ளதெனக் கொண்டு யுடீ கிடையுடன் θ கோணத்தை ஆக்கும் போது இழையில் உள்ள இழுவையைக் காண்க. சுமை A மீதான மேசையின் செவ்வெண் மறுதாக்கம்

$Mg\left[1-\frac{m}{M}\sin\theta\left(\frac{u^2}{ag}-3\sin\theta\right)\right]$ எனக் காட்டுக. இக்கோவையின் மிகக் குறைந்த பெறுமதியைக் கண்டு இதிலிருந்து B ஒரு அரைவட்டத்தில் இயங்கும் போது $\frac{M}{m} > \frac{1}{12}\left(\frac{u^2}{ag}\right)^2$ எனின் சுமை A மேசையுடன் தொடுகையில் இருக்குமெனக் காட்டுக.

25. A என்பது நிலையான கிடையான வட்ட உருயையொன்றின் அழுத்தமான வெளிமேற்பரப்பில் உள்ள ஒரு புள்ளி ஆகும். A யிலுள்ள துணிக்கை அச்சுக்கு செங்குத்தான தளத்தில் உருளைக்குத் தொடலியாக அமையும் வழியில் எனும் வேகத்துடன் மிக உயர்ந்த புள்ளிக்குத் தொலைவில் கீழ் நோக்கி எறியப்படுகிறது.
A ஆனது அச்சின் மட்டத்திற்கு மேல் h உயரத்தில் உள்ளது. $U > gh$ எனின் துணிக்கை உடனே மேற்பரப்பை விட்டுச் செல்கிறது எனவும், ஆனால் $U^2 < gh$ எனின் A இன் மட்டத்திங்கு $\frac{1}{3g}\left(gh-u^2\right)$ எனும் ஆழத்தில் விட்டு செல்கிறது என்றும் காட்டுக. மேலும் மேற்பரப்பை விட்டுச் செல்லும் போது துணிக்கையின் வேகம் $\sqrt{\frac{1}{3}\left(2gh+u^2\right)}$ எனக் காட்க.

26. நீட்ட முடியாத இழை ஒன்றினால் இணைக்கப்பட்ட இரு மணிகளுக்கு நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் நிறுத்தப்பட்ட ஒப்பமான வட்டக் கம்பியொன்றின் மீது வழுக்கிச் செல்ல சுயாதீனமுண்டு. அம்மணிகளின் திணிவுகள் m,M $(M > m)$ ஆகும். இழையானது இறுக்கமாய் இருக்கும் பொழுது மையத்தில் கோணம் 2α ஐ அமைக்கிறது. தொடக்கத்தில் இழையானது மையத்திற்கு மேல் கிடையாக அமையுமாறு மணிகள் ஓய்வில் பிடிக்கப்பட்டு பின்னர் விடுவிக்கப்படுகின்றன. இழையானது கிடையுடன் θ கோணம் அமைக்கும் போது $\theta^2 = \frac{2g}{a}\left[Cos\alpha - \frac{MCos(\theta+\alpha)+mCos(\theta_\alpha)}{M+m}\right]$ எனக் காட்டுக. இங்கே a ஆனது வட்டக் கம்பியின் ஆரை ஆகும். இதிலிருந்தோ அல்லது வேறு வழியாகவோ இழை நிலைக்குத்தாக வருமுன் அதன் இழுவை $\frac{2Mmg\tan\alpha Cos\theta}{M+m}$ எனக் காட்டுக.

27. துணிக்கை ஒன்று நீளம் a ஐ உடைய மீள்தன்மையற்ற இழை ஒன்றின் நுனி ஒன்றுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது.இழையின் மற்றைய நுனி நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது ஓய்விற் சுயாதீனமாகத் தொங்கும் போது துணிக்கை கிடைத்திசை ஒன்றிலே கதி ரு உடன் எறியப்படுகிறது.

1. $U^2 = 2ag$ எனத் தரப்பட்டிருப்பின் துணிக்கை நிலைக்குத்துத்தளம் ஒன்றிலே வட்டம் ஒன்றின் வில் ஒன்றில் செல்கிறது எனக் காட்டுக.
2. மேலும் துணிக்ககையின் கதி $\frac{u}{2}$ ஆகும் போது, இழை கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் கோணம் $2Sin^{-1}\left\{\frac{U}{4}\sqrt{\frac{3}{ag}}\right\}$ இற் சாய்ந்திருக்கும் எனக் காட்டுக
3. இழையிலுள்ள அதியுயர் இழுவை மிகக் குறைந்த இழுவையின் λ மடங்கெனின் $U^2 = \frac{2(\lambda-1)}{(\lambda+2)}ag$ எனக் காட்டுக.

28. a நீளமான இலேசான கோல் ஒன்று நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள ஒரு முனை A பற்றிச் சுயாதீனமாகத் திரும்ப வல்லது மறுமுனை B யிலே m திணிவு கொண்ட துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. முனை B ஆனது A இற்கூடாகச் செல்கின்ற நிலைத்த ஒப்பமான கிடைக்கம்பி மீது வழுக்கிச்செல்லக் கூடிய m திணிவுள்ள ஒரு சிறிய வளையம் C யுடன் A நீளமுள்ள நீளா இழையொன்றினாலே தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. A,B,C ஆகிய ஒரே கோட்டில் உள்ளனவாயும் AC யின் நீளம் @a ஆகவும் உள்ளது. தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. நேரம் t யிலே கோணம் CAB =θ எனில் $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{2g}{a}\frac{\sin\theta}{1+4\sin^2\theta}$ எனக் காட்டுக.

இழையில் உள்ள இழுவை T ஐ θ இன் ஒரு சார்பாகக் கண்டு கோலில் உள்ள இழுவைக்கும் இழையில் உள்ள இழுவைக்கும் இடையில் உள்ள விகிதம் 3:2 எனக் காட்டுக.

29. சிறிய குறுக்கு வெட்டுப்பரப்புடைய சீரான ஒப்பமான குழாயொன்று a ஆரையுடைய வட்டவில் வடிவில் வளைக்கப்பட்டுள்ளது. இவ் வில் வட்ட மையத்திலமைக்கும் கோணம் $2(\pi-\alpha)$ ஆகும். இங்கு கூர்ங்கோணம். இக்குழாயானது, அதன் சமச்சீர் அச்சானது நிலைக்குத்தாகவும், குழாயின் திறந்த முனைகள் மேல் நோக்கியும் இருக்குமாறு நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் நிலையாக நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை ஒன்று குழாயின் உட்புறத்தின் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளியாகும். U வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. துணிக்கை குழாயில் இருந்து வெளியேறி, புவியீர்ப்பின் கீழ் இயங்கி மீண்டும் குழாயினுள் செல்கின்றது. u^2 இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு, அதன் மிகக் குறைந்த பெறுமானம் $2(1+\sqrt{2})ag$ எனக் காட்டுக. $\alpha=\frac{\pi}{4}$ ஆகும் போதே இப்பெறுமானத்தை எடுக்குகும் எனவும் காட்டுக. துணிக்கை அடைந்த அதியுயர் புள்ளியானது குழாயினூடு செல்லும் பூரண வட்டத்தின் அதியுயர் புள்ளிக்கு மேல் $\frac{a}{2}(\sec\alpha+\cos\alpha-2)$ உயரத்தில் உள்ளதெனக் காட்டுக.

30. நிலைக்குத்து வெட்டானது வட்டம் ஒன்றின் காற்பகுதியாக இருக்கும் நிலைத்த ஒப்பமான திண்மம் ஒன்றின் உச்சியில் இருக்கும் இலேசான ஒரு கப்பி A யிற்கு மேலாகச் செல்கின்ற நீட்டமுடியாத இலேசான இழை ஒன்றினால் முறையே $m, M(> m)$ திணிவுள்ள ˚,Q என்னும் துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. OP ஆனது (OB வழியே) கிடையாக இருக்கும் போது இயக்கம் ஆரம்பிக்கும் எனின் $(M+m)a\theta = 2g(m\theta - m\sin\theta)$ எனக் காட்டுக. இங்கு θ என்பது நேரம் t யிலே OP யிற்கும் முடி யிற்குமிடையிலுள்ள கோணமாகும்.

1. $\theta = \alpha$ ஆக இருக்கும் போது, துணிக்if˚ யிற்கும் வளைபரப்பிற்கும் இடையே உள்ள மறுதாக்கம் உயர்வானது எனக் காட்டுக. இங்கு $M < 3m$ ஆக இருக்க, $\cos\alpha = \frac{2M}{M+3m}$

2. $\theta = 0$ அல்லது $\theta = \beta$ ஆகும் போது இம்மறுதாக்கம் மறைகின்றது எனக் காட்டுக. இங்கு- $\frac{3m}{M} < (\pi - l)$ ஆக இருக்க β ஆனது B $Sin\beta = \frac{2M\beta}{M+3m}$ எனும் சமன்பாட்டைத் திருப்தியாக்கும்.

படம்

31. a நீளமுள்ள நீளா இழையின் ஒரு முனை நிலைத்த புள்ளி O இற்கு கட்டப்பட்டு மறுமுனையில் துணிக்கை கட்டப்பட்டுள்ளது, துணிக்கை சமநிலையில் தொங்கும் போது கிடைத்த திசையில் $2\sqrt{ag}$ என்ற வேகம் கொடுக்கப்படுகின்றது. துணிகிகையானது $\sqrt{\frac{a}{g}}\log\left(\sqrt{6+\sqrt{5}}\right)$ என்ற நேரத்திற்கு வட்டப்பாதையில் இயங்கி பின்னர் $\frac{4}{3}\sqrt{\frac{10a}{3g}}$ என்ற நேரத்திற்கு புவியீர்ப்பின் கீழ் இருக்குமெனவும் காட்டுக.

32. சம திணிவு கொண்ட இரு துணிக்ககைகள் நீளா இழையால் தொடுக்கப்பட்டிருக்கும் அதே வேளை ஆரை a உடையதும் அச்சுக் கிடையானதுமான நிலைத்த ஒப்பமான உருளைக்கு மேலாக இழை செல்கிறது தொடக்கத்தில் துணிக்கை P ஆனது உருளையின் மேற்பரப்பை தொட்டுக்கொண்டு இருக்க அச்சின் மட்டத்தில் வைக்கப்பட்டிருக்கும் அதே வேளை மற்றைய துணிக்கை Q ஆனது கிடைத் தளத்தில் இருந்து

$\frac{\pi a}{2}$ உயரத்தில் நிலைக்குத்தாக தொங்குகின்றது. இழை அச்சுக்கு செங்குத்தான தளத்தில் இருக்கின்றது. பின்னர் துணிக்கை Q கீழ்நோக்கி பெயர்க்கப்படுகிறது துணிக்கை P ஆனது உருளையின் மேற்பரப்பில் தொடுகையில் உள்ளது. எனக் கொண்டு துணிக்கை Q ஆனது Y என்ற தூரத்தின் ஊடு விழும் போது அதன்வேகம் லு ஆனது $y^2 = g\left[y - a\sin\left(\frac{y}{a}\right)\right]$ ஆல் தரப்படும் எனக் காட்டுக.

துணிக்கை P ஆனது உருளையின் உச்சிக்கு வரும் போது துணிக்கை Q தரையில் பட்டு ஓய்விற்கு வருகின்றது. துணிக்கை P உருளையின் மீது மேலும் $a\cos^{-1}\left[\frac{\pi+2}{6}\right]$ தூரம் சென்ற பின் உருளையின் மேற்பரப்பில் இருந்து விலகும் எனக் காட்டுக.

33. O வை மையமாகவும் a ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட ஒரு நிலைத்த ஒப்பமான கோள ஓட்டிலிருந்து O விற்க மேலே $\frac{a}{4}$ தூரத்தில் உள்ள ஒரு கிடைத்தளத்தினால் வெட்டப்படும் மேல்ப் பகுதியை நீக்குவதால் கிண்ணம் ஒன்று செய்யப்படுகிறது. அக் கிண்ணத்திலுள்ளே மிகத் தாழ்ந்த புள்ளியிலிருந்து ஒரு துணிக்கை P ஆனது கதி u உடன் கிடையாக எறியப்படுகின்றது.

1. OP ஆனது மேன்முக நிலைக்குத்துடன் கோணம் θ ஆக்கும் போது துணிக்கையின் கதியையும் கிண்ணத்திற்கும் துணிக்கைக்கும் இடையே உள்ள மறுதாக்கத்தின் பருமனையும் காண்க.
2. $U^2 > \frac{11ga}{4}$ எனத் தரப்படின் அத்துணிக்கை கிண்ணத்தின் விளிம்பிலிருந்து வெளியேறும் எனக் காட்டுக.
3. $U^2 > \frac{13ga}{2}$ எனத் தரப்படின் ' துணிக்கை பாத்திரத்தில் இருந்து வெளியேறிய பின்னர் புவியீர்ப்பின் கீழ் நடைபெறும் சுயாதீன இயக்கத்தின் போது துணிக்கை பாத்திரத்தினுள்ளே விழாது எனவும் காட்டுக.

(2008 AUGUST)

34. நீளம் ட ஐ உடைய ஓர் இலேசான மீள்தன்மை இன்றிய இழையின் ஒரு நுனியில் திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் மற்றைய நுனி ஒரு நிலைத்த புள்ளி) உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை ஈர்ப்பின் கீழ்நாப்பத்தில் உள்ளது. பின்னர் துணிக்கை கதி U உடன் கிடையாக எறியப்படுகிறது.

1. இழை O வினூடாக உள்ள கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் ஒரு கோணம் θ வை ஆக்கும் போது இழையில் உள்ள இழுவை $m\left(3g\cos\theta - 2g + \dfrac{u^2}{l}\right)$ எனக் காட்டுக

2. துணிக்கை O வின் கிடை மட்டத்தைப் பின்னர் அடையத்தக்கதாக u வின் மிகச்சிறிய இயல்தகு பெறுமானத்தைக் காண்க.

3. இழை முதலில் கிடையாகும் போது அதன் இயக்கத்தளத்திற்குள் செங்குத்தாக O விலிருக்கும் தூரம் $\dfrac{l}{2}$ இல் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள ஒரு மெல்லிய கிடை அச்சுடன் தொடுகைக்கு வருகின்றது. $2gl < u^2 < \dfrac{7}{2}gl$ எனின் துணிக்கை சட்டத்தின் மட்டத்திற்கு மேலே ஓர் உயரம் $\dfrac{l}{2}$ இல் அதியுயர் புள்ளியை அடையுமுன்பாக இழை தளருமெனக் காட்டுக.

(2009 AUGUST)