உந்தம்

2.1 உந்தத்தை விளக்கிக் கொள்வர்
2.2 கணத்தாக்கை அறிவர்
2.3 உந்தக்காப்பு விதியை அறிவர்
2.4 கணத்தாக்கிழுவையை அறிவர்
2.5 நேர்மொத்தல்

01) உந்தம் : m திணிவுள்ள பொருள் v வேகத்துடன் இயங்கின் பொருளின் உந்தம் mv ஆகும்

❋ உந்தம் காவிக்கனியம்

உ + ம்: 4Kg திணிவுள்ள பொருள் $3ms^{-1}$ வேகத்துடன் இயங்கினால்

உந்தம் = 4 X 3

12 $Kgms^{-1}$

02) கணத்தாக்கு : ஓர் இயங்கும் பொருளில் t நேரஆயிடையில் ஏற்படும் உந்தமாற்றமானது அந்நேர ஆயிடையில் அதன் மீது தாக்கும் விசையின் கணத்தாக்கு எனப்படும்.

❋ m திணிவின் வேகம் u இலிருந்து v க்கு t நேர ஆயிடையில் ஏற்படும் உந்தமாற்றமானது அந்நேர ஆயிடையில் அதன் மீது தாக்கும் விசையின் கணத்தாக்கு எனப்படும்.

❋ ஆர்முடுகல் $a = v - u$

$F = ma$

=

$Ft = mv - mu$

$I = ft =$ கணத்தாக்கு

❋ கணத்தாக்கு அலகு Ns

உ + ம் : 2Kg திணிவுள்ள துணிக்கை மீது விசையொன்று தாக்கும் போது வேகம் $6ms^{-1}$ இலிருந்து $30ms^{-1}$ ஆக அதிகரிக்கின்றது, கணத்தாக்கைக் காண்க விசைமாறிலி எனின் வேகம் $6ms^{-1}$ இலிருந்து $30ms^{-1}$ ஆக எடுத்த நேரம் 4s எனின் விசையைக் கணிக்க

$I = Mv - Mu$

$= 2 X 30 - 2.6$

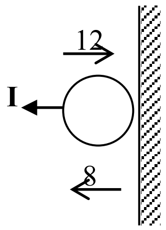
$= 48Ns$

$Ft = I$

$F.4 = 48$

$F = 12N$

உ + ம் : $12ms^{-1}$ கிடைவேகத்துடன் இயங்கும் 0.5Kg திணிவுள்ள பந்து நிலைக்குத்தான சுவரொன்றில் செங்குத்தாக மோதி $8ms^{-1}$ வேகத்துடன் பின்னதைக்கின்றது சுவரின் மீதான கணத்தாக்கைக்காண்க



$\leftarrow I = Mv$

$I = 05 \text{ X } 8 - 0.5\,(-12)$

$= 4 + 6$

$= 10\text{Ns}$

உ + ம் : 50 L/s வீதம் வெளியேறும் நீர்த்தாரை $20ms^{-1}$ கிடைவேகத்தில் நிலைக்குத்தான சுவரில் செங்குத்தாக மோதி சுவரில் நீர்வழிகிறது சுவரினால் ஏற்படும் கணத்தாக்கையும் சுவரின் மீதான உதைப்பையும் காண்க ஒரு L நீரின் திணிவு 1Kg ஆகும்.

1 செக்கனில் வெளியேறும் நீரின் திணிவு = 50Kg

$I = Mv$

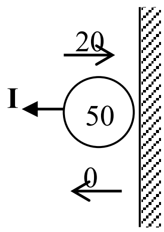
$I = 50 \text{ X } 0 - 50\,(-20)$

$= 1000\text{Ns}$

$I = ft$

$1000 = f\,.\,1$

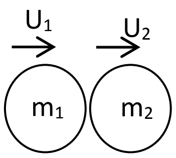
$F = 1000\text{ N}$



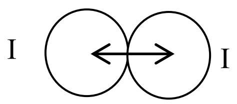
2.3 ஏகபரிமான உந்தக்காப்பு விதி

புவிசையின் தாக்கத்திலுள்ள ஒரு தொகுதியில் குறித்த ஒரு திசையில் வசைகளின் துணித்த பகுதிகளின் அட்சரகணிதக் கூட்டுத் தொகை பூச்சியம் எனின் அத்திசையில் கூட்டுத்தொகை பூச்சியம் எனின் அத்திசையில் தொகுதியின் மொத்த உந்தம் மாறிலி ஆகும்.

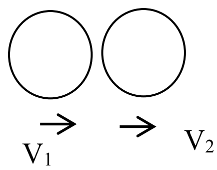
m_1, m_2 திணிவுள்ள இருதுணிக்கைகள் u_1, u_2 வேகங்களுடன் ஒரே நேர்கோட்டில் இயங்கி மோதுகின்றன. மோதலிக் சற்றுப் பின்னர் வேகங்கள் v_1, v_2 என்க



சற்று முன்னர்



மொத்தலின் போது



சற்று பின்னர்

m_1 க்கு ⇨ $I = Mv$

$-I = m_1v_1 - m_1u_1$

m_2 க்கு ⇨ $I = m_2v_2 - m_2u_2$

(01) + (02) $0 = (m_1v_1 + m_2v_2) - (m_1u_1 + m_1u_1)$

$\therefore\ m_1v_1 + m_2v_2 = m_1u_1 + m_2u_2$

மொத்த இறுதி உந்தம் = மொத்த ஆரம்ப உந்தம்

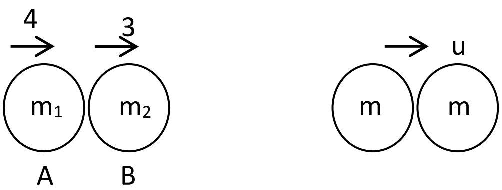
உ+ம் 1 : சமதிணிவுள்ள இருதுணிக்கைகள் A, B என்பன முறையே $4ms^{-1}$, 3ms-1 வேகங்களில் ஒரே நேர்கோட்டில் இயங்கி மோதி இணைகின்றன

1) எதிரேதிராக இயங்கி மோதி இருப்பின்

2) ஒரே திசையில் இயங்கி மோதி இருப்பின்

மொத்தலின் சற்றுப்பின்னர் பொது வேகத்தைக் காண்க

2 :

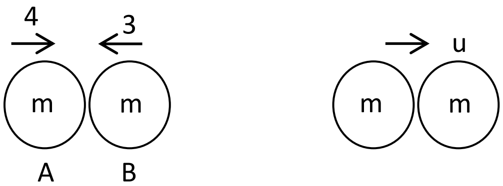


உந்தக்காப்புவிதிப்படி

⇨ ஆரம்ப மொத்த உந்தம் = இறுதி மொத்த உந்தம்

$m \times 4 + M \times 3 = 2mu$

$U = 7/2\ ms^{-1}$



உந்தக்காப்புவிதிப்படி

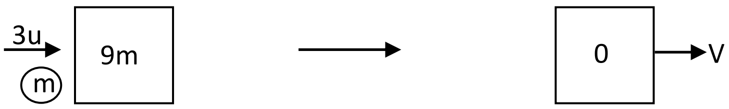
⇨ $M \times 4 + m(-3) = 2mu$

$U = ½\ ms^{-1}$

உ+ ம் : 3u வேகத்துடன் கிடையாக இயங்கும் m திணிவுள்ள குண்டொன்று ஒப்பமானகிடைமேசையிலுள்ள அதன் மீது சுயாதீனமாக இயங்கக் கூடிய 9m திணிவுள்ள மரக்குற்றிமீது மோதுகின்றது

1) குண்டு குற்றியுள் ஊடுருவி மரக்குற்றியுள் ஓய்வடையும் எனின் அதன்பின் குற்றியின் வேகம் யாது?

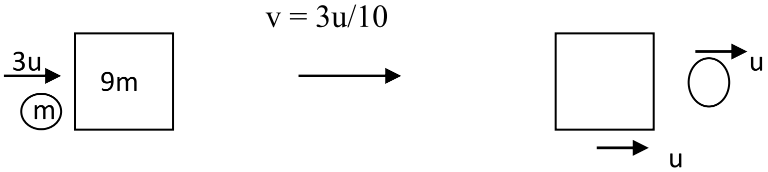
2) குற்றியைத் துளைத்துக் கொண்டு குண்டு u வேகத்துடன் வெளியேறின் அதன் பின் குற்றியின் வேகத்தைக்காண்க



உந்தக்காப்பு விதிப்படி

⇨ $m.3u + 9m.\ 0 = 10m.v$

$v = 3u/10$



உந்தக்காப்பு விதிப்படி

⇨ $m.3u + 9m.0 = 9m.v + mu$

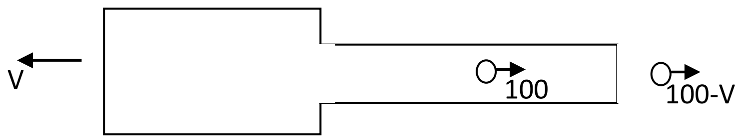
$3u = 9v + u$

$v = 2/9\ u$

உ+ம்: கிடைத்தளத்தின் பின்டிக்கும் 1000Kg திணிவுள்ள துவக்கொன்று 100Kg திணிவுள்ள குண்டொன்றை கிடையாக சுடுகின்றது. குண்டு $100ms^{-1}$ வேகத்துடன் குழாயூடாக இயங்கி வெளியேறுகின்றது

1) குழாய் கிடையாக இருப்பின்
2) குழாய் சாய்வில் இருப்பின்

என்றவகைகளில் துவக்கு 2sec இல் ஓய்விற்கு கொண்டுவர தேவையான மாறா விசையைக் காண்க



உந்தக்காப்பு விதிப்படி

⇨ $0 = 100\ (100 – v) – 1000\ V$

$V = 10000/1100$

$V = 100/11\ ms^{-1}$

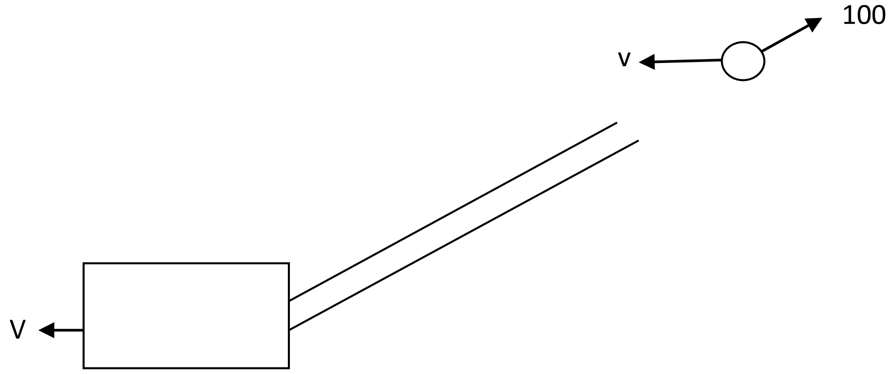
துவக்கு பின்னடிக்கும் வேகம் $100/11\ ms^{-1}$

தடுக்கும் விசை f எனின்

$F.2 = 1000\ .\ 100/11 – 1000.0$

$Ft = I$ ⇨ $F = 100000/22$

$= 50000\ /\ 11\ N$



உந்தக்காப்பு விதிப்படி

$$0 = 1000V + 100 (V - 100 \cos 30)$$

$$V = \frac{10000\frac{\sqrt{3}}{2}}{1100}$$

$$= \frac{50\sqrt{3}}{11}$$

$$F.2 = 1000.\frac{50\sqrt{3}}{11}$$

$$F = \frac{25000\sqrt{3}}{11} N$$

பயிற்சிகள்

01) m, u திணிவுள்ள துணிக்கைகள் ஒரே நேர் கோட்டில் முறையே 2u,u வேகத்துடன் இயங்கி மோதி இணைகின்றன மோதலுக்கு முன்னர்

1) இரு துணிக்கைகளும் ஒரே திசையில் இயங்கி இருப்பின்
2) இரு துணிக்கைகளும் நேர்த்திசையில் இயங்கி இருப்பின் மொத்தலின் பின் பொது வேகத்தைக் காண்க

02) கிடையாக v வேகத்துடன் கிடையாக இயங்கும் m திணிவுடைய குண்டு ஒன்று ஒப்பமான கிடைமேசையிலுள்ள M திணிவுள்ள கனக்குற்றி ஒன்றில் மோதி அமிழ்கின்றது. ஊடுருவல் முடியும் போது இரண்டினதும் பொது வேகம் யாது?
இப்போது அதே வேகத்துடன் இயங்கும் அதே மாதிரியான குண்டு ஒன்று குற்றியை மோதுகின்றது ஊடுருவல் முடியும்போது மரக்குற்றியின் வேகம் 2mu/M+2m எனக்காட்டுக

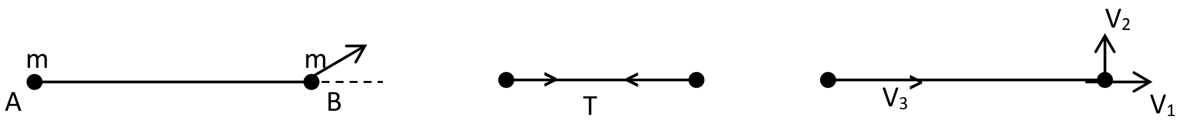
03) கிடையாகப்பின்னடிக்கக்கூடிய M திணிவுள்ள துவக்கால் M திணிவுள்ள குண்டு கிடையாக சுடப்படுகிறது. இதனால் உண்டான மொத்த இயக்கச்சக்தி. குண்டை நிலைக்குத்தாக h உயலத்திற்கு எறிவதற்கு போதுமானது ஆயின் துவக்கின் பின்டிக்கும் வேகம் எனக்காட்டுக

04) கிடையாகப் பின்னடிக்ககூடிய M திணிவுள்ள துவக்கால் m திணிவுள்ள குண்டு கிடையுடன் கோணத்தில் வெளியேறுகிறது. கிடையுடன் குண்டின் ஆரம்ப சாய்வு எனக்காட்டுக

05) கிடையான பின்னடிக்கக்கூடிய திணிவுள்ள துவக்கு ஒன்றின் குழாய் கோணத்தில் சாய்ந்துள்ளது m திணிவுள்ள குண்டு வெளியேறும் போது கிடையுடன் கோணத்தில் சாய்ந்திருப்பின் எனக்காட்டுக

கணத்தாக்கிழுவை

நீள இழையின் முளைகளில் இணைக்கப்பட்ட துணிக்கைகளின் இயக்கம்



❈ நீள இழையாதலால் AB திசையில் A இனதும் B இனதும் வேகங்கள் சமன்

$\therefore\ v_1 = v_3$

❈ B ற்கு AB க்கு செங்குத்தாக I = mv பிரயோகிப்பின்

$$0 = mv_2 - mufx$$

$$v_2 = ufx$$

இழைக்கு செங்குத்தான திசையில் வேகம் மாறாது

❈ AB திசையில்

A இற்கு $I = mv$

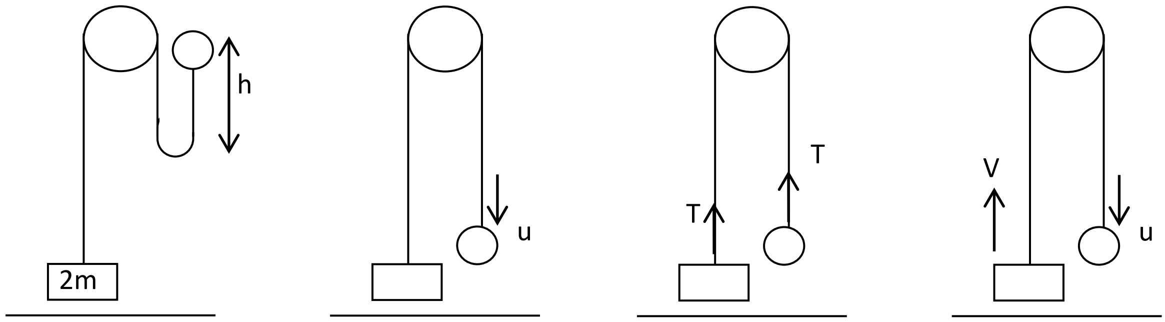
$TS = mv_3$

B க்கு $-T = mv_1 - mu$

$0 = m(V_3 + V_1) - mu\ Cos\alpha$

$V_1 = V_3 \Rightarrow V_1 = \frac{u}{2} Cos\alpha$

உ+ம் : ஒப்பமான கப்பி ஊடாகச் செல்லும் இழையின் முனைகளில் 2m, m திணிவுள்ள துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. 2m திணிவு ஆரம்பத்தின் ஒப்பமான கிடைமேசையில் ஓய்விலுள்ளது m திணிவுள்ள துணிக்கை h உயரத்திற்கு உயர்த்தி ஓய்விலிருந்து விடப்படுகிறது 2m திணிவு ஏழும்பும் வேகத்தைக் காண்க



ஆரம்பத்தில் இறுக சற்றுமுன்னர் கணத்தாக்கத்தின் போது சற்றுப் பின்னர்

$\downarrow U^2 = 2gh$

$2m$ க்கு $\uparrow \mathrm{I} = \Delta \mathrm{mv}$

$\tau = 2mv$

m க்கு $\downarrow \tau = mv - mu$

$0 = 3\mathrm{mv} - \mathrm{mu}$

$\mathrm{v} = \frac{\mathrm{u}}{3}$

$= \frac{1}{3}\sqrt{2gh}$

பயிற்சி

1. A,B என்ற இரு துணிக்கைகள் இலேசான நீளா இழையால் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. திணிவுகள் முறையே 2m,m ஆகும். இழை இறுக்கமாக உள்ள போது நீட்டிய AB உடன் α கோணத்தில் B இற்கு u வேகம் வழங்கப்படின் டீ இயங்கும் வேகத்தையும் இழையின் கணத்தாக்கத்தையும் கணிக்க

2. M திணிவும் m திணிவும் ஒப்பமான கப்பி மீது செல்லும் நீளா இழையால் இணைக்கப்பட்டு m திணிவு மேசை மீது ஓய்விலுள்ளது. அ திணிவு h உயரத்திற்கு உயர்த்தி விழவிடப்படுகிறது. இழை இறுகிச் சற்றுப் பின் M திணிவு எழும்பும் வேகத்தையும் இழையின் கணத்தாக்கத்தையும் காண்க. m விழவிடப்பட்டு $\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{M-m}}\sqrt{\frac{2h}{g}}$ நேரத்தின் பின் தொகுதி கண நிலை ஓய்விற்கு வரும் எனக் காட்டுக.

3. ஒப்பமான கப்பி மேலால் செல்லும் இலேசான இழையொன்றின் முனை B க்கு 3m,m திணிவுள்ள துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டு 3m துணிக்கை நிலத்தில் ஓய்விலுள்ளவாறு இழை இறுக்கமாயிருக்க தொகுதியுள்ளது. இன்னொரு துணிக்கை h உயரத்திலிருந்து, தொங்கிக் கொண்டிருக்கும் m திணிவு மீது விழுந்த போது சேர்ந்து இயங்குகிறது. 3m திணிவு எழும்பும் உயரத்தைக் காண்க.

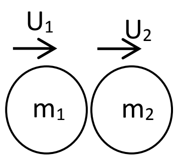
2.5 நேரடி மொத்தல்

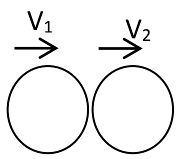
இரு கோளங்கள் மோதும் கணத்தில் அவற்றின் வேகங்கள் பொது செங்குத்தின் திசையில் இருப்பின் அவை நேரடியாக மோதுகின்றன எனப்படும்.

நியூட்டனின் பரிசோதனை விதி

இரு கோளங்கள் மோதும் போது பொது செங்குத்தின் வழியேயுள்ள பிரிந்து செல்லும் வேகங்களின் கூட்டுத்தொகைக்கும், அணுகும் வேகங்களின் கூட்டுத்தொகைக்கும் இடையான விகிதம் மாறிலியாகும். இம்மாறிலி மீளமைவுக் குணகம் எனப்படும். இது e ஆல் குறிக்கப்படும்.

- $0 \le e \le 1$
- e=0 எனின் மோது பொருட்கள் மீள்தன்மையற்றவை எனப்படும்
- e=1 எனின் பூரண மீள்தன்மையுடைய பொருட்கள் எனப்படும்
- பூரண மீள்தன்மையுடைய மொத்தலின் போது சக்தி இழக்கப்படுவதில்லை





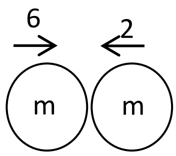
உந்தக் காப்பு விதிப்படி

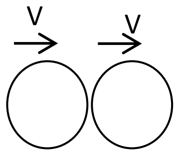
$m_1u_1+m_2u_2 = m_1v_1+m_2v_2$ 1

நியூட்டனின் பரிசோதனை விதிப்படி

$V_2-V_1 = e\,(u_1-u_2)$ 2

Eg :- இரு ஒத்த கோளங்கள் எதிரெதிராக முறையே $6ms^{-1}$, $2ms^{-1}$ வேகங்களுடன் மோதுகின்றன. மீளமைவுக்குணகம் $\frac{1}{4}$ எனின் மொத்தலின் பின் வேகங்களைக் காண்க.





உந்தக் காப்புவிதி

$$mv+mu = m.b + (-2)$$

$$V+u = 4 \qquad (1)$$

நியூட்டனின் பரிசோதனைப்படி

$$V - u = \frac{1}{4}(b+2)$$

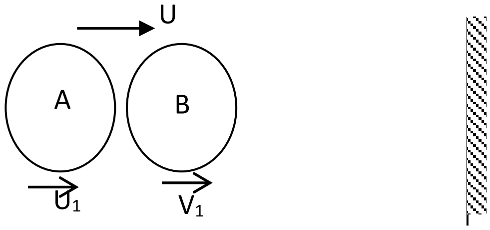
$$V-U = 2 \qquad (2)$$

$$V = 3$$

$$U = 1$$

Eg :- A,B என்பன இரு ஒத்த கோளங்கள் ஒரு நிலைக்குத்துச் சுவருக்கு செங்குத்தான ஒரு நேர்கோட்டில் ஒப்பமான நிலத்தில் உள்ளன. A ஆனது U வேகத்துடன் B யை மோதுமாறு இயங்கச் செய்யப்படுகின்றது. முதல் மொத்தலின் பின் B சுவரை மோதி பின்னதைத்து மீண்டும் A யை மோதுவதால் B ஓய்வுக்கு கொண்டு வரப்படுகிறது. மீளமைவுக்குணகம் 1 எனக் காட்டுக. எல்லா சந்தர்ப்பங்களிலும் மீளமைவுக்குணகம் ஒரே அளவெனக் கொள்க.

1ம் மொத்தல்



உந்தக் காப்புவிதி

$$mV_1+mU_1 = mu$$

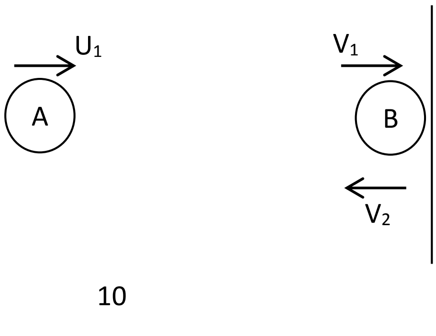
$$V_1 + U_1 = U \qquad (1)$$

நி.ப.விதி

$$V_1 - U_1 = eU \qquad (2)$$

$$V_1 = \frac{U}{2}(1+e)$$

$$U_1 = \frac{U}{2}(1-e)$$



2ம் மொத்தல்

நி.பவிதி

$$V_2 = eV_1$$

3ம் மொத்தல்

உந்தக் காப்புவிதி

$mU_2 = mU_1 - mV_2$

$U_2 = U_1 - V_2$

நி.பவிதி

$-U_2 = e(U_1+V_2)$

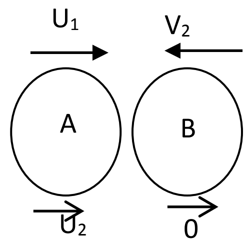
$V_2 - U_1 = e(U_1+V_2)$

$V_2 (1-e) = U_1 (1+e)$

$eV_1 (1-e) = U_1 (1+e)$

$$e\frac{U}{2}(1+e)(1-e) = \frac{U}{2}(1-e)(1+e)$$

$$e = 1$$



பயிற்சி

1. இரு கோளங்கள் A,B இல் A ஓய்விலுள்ளது. B ஆனது 2ர வேகத்துடன் யு யை நேரடியாக மோதுகிறது. மீளமைவுக்குணகம் $\frac{1}{2}$ எனினும் A ன் திணிவு B இன் அரைப்பங்காகவும் இருப்பின் மொத்தலினால் இழக்கப்பட்ட சக்தியைக் காண்க.

2. m,2m திணிவுள்ள A,B என்ற இரு கோளங்கள் $12ms^{-1}$,$9ms^{-1}$ வேகங்களுடன் எதிரெதிராக மோதுகின்றன. பூரண மீள்தன்மையுடைய மொத்தல் எனின் மோதலின் பின் வேகங்களைக் காண்க.

3. 3m,m,2m திணிவுள்ள A,B,C இவ்வொழுங்கில் நேர்கோட்டிலுள்ளன. B யை நோக்கி A ஆனது U வேகத்துடன் வீசப்படுகிறது. A ஆனது B யை மோதிய பின் B ஆனது C யை மோதுகிறது. எந்த இரு கோணங்களுக்கிடையான மீளமைவுக்குணகம் $\frac{1}{2}$ எனின், C ஐ மோதியவுடன் B ஓய்வடையும் எனவும் வேறு மோதல்கள் நிகழாது எனவும் காட்டுக.

4. ஒப்பமான கிடைத்தரையிலிருந்து h உயரத்தில் ஒரு துணிக்கை பிடிக்கப்பட்டு விழவிடப்படுகிறது. மீளமைவுக்குணகம் e ஆக தரையை மோதிய பின் எவ்வளவு உயரத்திற்கு கிளம்பும் எனவும் இரண்டாம் மொத்தலின் பின் எவ்வுயரத்திற்கு எழும்பும் எனவும் காட்டுக.

5. A,B என்பன இரு ஒத்த கோளங்கள், கிடையாக நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள ஒப்பமான குழாயின் விட்டங்களின் அந்தங்களிலுள்ளன. A என்பது U வேகத்துடன் வீசப்படுகிறது. அது B யை மோத எடுக்கும் நேரம் t எனின் மீளமைவுக்குணகம் 2 ஆக $\frac{2t}{2}$ நேரத்தின் பின் மோதுகை நிகழும் எனக் காட்டுக.

பலவினப் பயிற்சிகள்

1. சீரான வேகம் u உடன் நேர்கோடு வழியே வான்வெளியில் பயணிக்கின்ற (M+m) திணிவுள்ள ராக்கட் ஒன்று திடீரென வெடித்து M,m என்ற திணிவுள்ள இரு பகுதிகளாக வேறாக்குகின்றன. இவ்விரு பகுதிகளும் அதே நேர்கோட்டின் வழியே ஒன்றுக்கொன்று தொடர்பாக v வேகத்தில் ஆரம்ப திசையில் பயணிக்குமெனின், வெடித்த பின்னர் ஒவ்வொரு பகுதியினதும் வேகத்தையும் வெடிக்கும் போது ஒவ்வொரு பகுதியினாலும் மற்றைய பகுதிக்கு ஏற்பட்ட கணத்தாக்கினையும் காண்க.

2. 2u வேகத்தில் கிடையாக இயங்கும் m திணிவுள்ள துப்பாக்கிக் குண்டொன்று ஒப்பமான கிடைத்தளமொன்றின் மீது சுயாதீனமாக இயங்கக் கூடிய ஓய்விலுள்ள 50m திணிவைக் கொண்ட மரக்குற்றியொன்றின் மீது மோதுகின்றது
    1. குண்டு மரக்குற்றியினுள் ஊடுருவி மரக்குற்றி சார்பாக ஓய்வடையும் எனின் அதன் பின் மரக்குற்றியின் வேகத்தைக் காண்க.
    2. குண்டு மரக்குற்றியைத் துளைத்துக் கொண்டு u வேகத்தில் வெளியேறுகிறது எனின் அதன் பிறகு மரக்குற்றியின் வேகத்தைக் காண்க.

3. கிடைத்தளமொன்றில் பின்னடிக்க சுயாதீனமுடைய 2000kg திணிவுள்ள துவக்கு ஒன்றிலிருந்து 25kg திணிவுள்ள குண்டொன்று கிடை வேகத்தில் செலுத்தப்படுகின்றது. 8000N பருமனுள்ள மாறா விசையொன்றின் மூலம் துவக்கின் பின்னடிப்பு 1.5 செக்கனில் நிறுத்தப்படுகின்றது. துவக்கின் ஆரம்ப பின்னடிப்பு வேகத்தைக் கண்டு,
    1. துவக்கு சார்பாக
    2. பூமி சார்பாக குண்டின் ஆரம்ப வேகத்தைக் காண்க

4. நிலைக்குத்தாக நிலத்தின் மீது அமிழ்த்தப்பட்டிருக்கும் m திணிவுள்ள முளையொன்றின் உச்சியின் மீது M திணிவுள்ள முளை செலுத்தியொன்று நிலைக்குத்தாக கீழ் நோக்கி எ வேகத்தில் படுகின்றது. முளை செலுத்தி பின்னதைக்கவில்லை.
    1. முளைநிலத்தில் அமிழ ஆரம்பிக்கும் வேகத்தைக் காண்க.
    2. முளை நிலத்தில் h ஆழத்திற்கு அமிழும் எனின், நிலத்தின் மாறாத்தடைவிசை $\frac{m^2v^2}{2h(M+m)} + (M+m)g$ எனக் காட்டுக.

5. ஒவ்வொன்றினதும் திணிவுகள் m ஆகவுள்ள யு,B என்னும் இரு சமமான கோளங்கள் முறையே 2u,u வேகத்தில் ஒரே நேர்கோட்டில் இயங்கி ஒன்றோடொன்று மோதி இணைகின்றன. மொத்தலுக்கு முன்னர் அவை

   1. ஒரே திசையில் இயங்கி
   2. எதிர்த்திசைகளில் இயங்கி

   இருந்திருப்பின் மொத்தலின் பின்னர் கோளங்களின் பொது வேகத்தையும் ஒவ்வொரு கோளத்தினாலும் மற்றையதற்கு மொத்தல் காரணமாக ஏற்பட்ட கணத்தாக்கையும் காண்க.

6. $3ms^{-1}$ என்ற வேகத்துடன் நேர்கோட்டில் இயங்கும் 5kg திணிவுள்ள கோளமொன்று அதே நேர்கோட்டின் வழியே $6ms^{-1}$ என்ற வேகத்துடன் இயங்கும் 4kg திணிவுள்ள கோளமொன்றினால் மோதப்படுகின்றது. கோளங்களிற்கிடையிலான மீளமைவுக்குணகம் $\frac{1}{2}$ எனின் , மோதுகைக்குச் சற்றுப் பின்னே கோளங்களின் வேகங்களையும், மோதுகையின் போது கோளங்களிற்கிடையிலான கணத்தாக்கையும், இயக்க சக்தி நட்டத்தையும் காண்க.

7. முறையே 1kg, 2kg திணிவுள்ள A,B என்னும் சிறு ஒப்பமான கோளங்கள் முறையே $12ms^{-1}$, $9ms^{-1}$ என்ற வேகங்களுடன் எதிர்த்திசைகளில் ஒரே நேர்கோட்டில் இயங்கி நேரடியாக மோதுகின்றன. கோளங்கள் இரண்டும் பூரண மீளமைவுடையன எனின்

   1. நியூற்றனின் மீளமைவு விதியை பிரயோகித்து
   2. நியூற்றனின் மீளமைவு விதியை பிரயோகிக்காமல் மோதுகையின் பின் கோளங்களின் வேகங்களைக் காண்க.

8. 2m திணிவுடைய கோளம் A, கதி 2u உடன் இயங்கி அதே திசையில் கதி u உடன் இயங்கும் m திணிவுடைய கோளம் B உடன் மோதுகிறது. பின்னர் கோளம் B ஆனது நிலைக்குத்தான ஒப்பமான சுவரொன்றினைச் செங்குத்தாக மோதுகின்றது. A இற்கும் B இற்குமிடையேயான மீளமைவுக்குணகம் $\frac{1}{2}$ ஆகவும் B இற்கும் சுவருக்குமிடையிலான மீளமைவுக்குணம் $\frac{3}{4}$ ஆகவுமிருப்பின் A இற்கும் B இற்குமிடையே மீண்டும் ஒரு மோதுகை நடைபெறும் எனக் காட்டுக.

9. ஒவ்வொன்றும் 4m திணிவுடைய இரு சம கோளங்கள் B,C ஒப்பமான கிடை மேசை ஒன்றின் மீது ஓய்விலுள்ளன. m திணிவு B,C என்பவற்றின் ஆரையையும் உடைய கோளம் A ஆனது B,C இன் மையங்களை இணைக்கும் கோட்டின் வழியே V வேகத்துடன் இயங்கி B உடன் மோதுகின்றது. பின்னர் B கோளம் C உடன் மோதுகின்றது. முதலாவது மோதுகையினால் A ஓய்வடையுமெனின் A,B யிற்கிடையேயான மீளமைவுக்குணகம் $\frac{1}{4}$ எனக் காட்டுக. B,C யிற்கிடையிலான மீளமைவுக்குணகம் $\frac{1}{2}$ எனின் இரண்டாவது மோதுகையின் பின் B,C இன் வேகங்களைக் காண்க. இரு மொத்தல்களினாலும் இழக்கப்பட்ட மொத்த இயக்க சக்தி $\frac{27mV^2}{64}$ எனக் காட்டுக.

10. சம ஆரையும் $m, \lambda m, \lambda^2 m$ திணிவுகளையும் கொண்ட மூன்று கோளங்கள் A,B,C என்பன கிடையான நேரான தவாளிப்பு (groove) ஒன்றின் வழியே இயங்குவதற்கு சுயாதினமுடையவை. இங்கு λ ஓர் ஒருமை. A யிற்கும் C யிற்குமிடையில் B உள்ளது. இந்த இரு கோளங்களுக்குமிடையிலான மோதுகை நேரடியானதும் மீளமைவுக்குணகம் e உம் ஆகும். தொடக்கத்தில் B உம் C உம் ஓய்விலுள்ளன. A ஆனது தவாளிப்பின் வழியே u கதியுடன் B ஐ நோக்கி எறியப்படுகிறது. முதலாவது மொத்தலின் பின் A,B இன் வேகங்கள் முறையே $\frac{I-\lambda e}{I+\lambda}u, \frac{I+e}{I+\lambda}u,$ எனக் காட்டுக.

11. ஒப்பமான கிடைத்தளமொன்றின் மீது V கதியுடன் இயங்கும் m திணிவுடைய கோளம் A அதே ஆரையும் λm திணிவுமுடைய ஓய்விலுள்ள கோளம் B உடன் நேரடியாக மோதுகிறது. கோளங்களுக்கிடையிலான மீளமைவுக்குணகம் $\frac{2}{3}$ ஆகும். மொத்தலின் பின் A இனதும் B இனதும் கதிகளைக் காண்க. பின்னர் கோளம் B நிலைக்குத்தான சுவரைச் செங்குத்தாக மோதிப்பின்னடிக்கிறது. B யிற்கும் சுவரிற்கும் இடையேயான மீளமைவுக்குணகம் $\frac{2}{3}$ ஆகும். A யிற்கும் B யிற்கும் இடையே மீண்டும் மொத்தல் நிகழாதெனின் $\lambda \geq \frac{19}{6}$ ஆகுமெனக் காட்டுக. $\lambda = 6$ எனின் A ஆனது B ஐ அடிக்கும் போது இழக்கப்பட்ட இயக்கசக்தி நட்டம் $\frac{5mV^2}{2\ell}$ எனக் காட்டுக.

12. ஒப்பமான கிடைத்தரையிலிருந்து h உயரத்திலுள்ள துணிக்கையொன்று ஓய்விலிருந்து புவியீர்ப்பின் கீழ் சுயாதீனமாக விழுகின்றது. துணிக்கைக்கும் தரைக்குமிடையிலான மீளமைவுக்குணகம் e எனின், தரையை மோதிய பின் துணிக்கை எவ்வளவு உயரத்திற்கு மேலெழும்பும் எனக் காண்க.
துணிக்கை இரண்டாவது தடவையும் தரையை மோதிய பின் எவ்வளவு உயரத்திற்கு மேலெழும்பும்?

ஒப்பமான கிடைத்தரையிலிருந்து 50m உயரத்திலிருந்து ஓய்விலிருந்து ஒரு துணிக்கை மெதுவாக விடப்படுகின்றது. தரையை மோதிய பின் துணிக்கை 2m உயரத்திற்கு மேலெழும்பியது எனின், தரைக்கும் துணிக்கைக்கும் இடையிலுள்ள மீளமைவுக்குணகம் $\frac{1}{5}$ எனக் காட்டுக.

13. ஒப்பமான கிடைத்தரையின் மீது இயங்கும் ஒப்பமான சிறிய கோளம் ஒப்பமான நிலைக்குத்துச் சுவரிலிருந்து d தூரத்தில் தரையின் மீது ஓய்விலுள்ள இதே போன்ற சர்வசமனான கோளம் ஒன்றுடன் மோதுகின்றது. மொத்தலானது கோளங்களின் மையமிணை கோட்டின் வழியேயும், சுவருக்குச் செங்குத்தாகவும் உள்ளது. சம்பந்தப்பட்ட எல்லா மொத்தல்களிலும் மீளமைவுக்குணகம் e எனக் கொண்டு கோளங்களுக்கிடையேயான இரண்டாவது மோதுகை சுவரிலிருந்து $\frac{2de^2}{(I+e^2)}$ தூரத்தில் நிகழுமெனக் காட்டுக.

14. நிலையான கிடைத்தளத்திற்கு மேல் h உயரத்திலுள்ள புள்ளி ஒன்றிலிருந்து துணிக்கை ஒன்று விழ விடப்படுகிறது. தளத்திற்கும் துணிக்கைக்கும் இடையேயான மீளமைவுக்குணகம் e ஆகும். துணிக்கை தளத்தை அடித்து ஓயும் வரை அது கடந்த மொத்த தூரம் $\frac{I+e^2}{I-e^2}$ எனவும் , அதற்கான நேரம் $\frac{I+e}{I-e}\sqrt{\frac{2h}{g}}$ எனவும் காட்டுக.

15. m_1, m_2 திணிவும் சம ஆரையும் உடைய இரு கோளங்கள் நேரடியாக மோதுகின்றன. ஒரு கோளத்திலிருந்து மற்றைய கோளத்திற்கு மாற்றப்பட்ட உந்தம் $\frac{m_1 m_2 (1+e)v}{m_1 + m_2}$ எனவும் மொத்தலினால் இழக்கப்பட்ட இயக்கசக்தி $\frac{m_1 m_2 v^2 (1+e)}{2(m_1 + m_2)}$ எனவும் காட்டுக. இங்கு v என்பது மோதுகைக்கு சற்றுமுன் கோளங்களின் தொடர்பு வேகமும் e என்பது மீளமைவுக் குணகமும் ஆகும்

16. A(m), B(em) எனும் துணிக்கைகள் முறையே u,eu உடன் ஒரே திசையில் சென்று மோதுகின்றன. இங்கு e மீளமைவுக்குணகம்

1. மொத்தலின் சற்றுப்பின் A இன் கதி u(I-e+e2) எனவும் B இன் கதி e இல் தங்கியிராது எனவும் காட்டுக.

2. மொத்தலின் சற்றுப்பின் A இன் கதி இழிவாகுமாறு e இனைக் காண்க. இவ்வகையில் மோதலினால் இழந்த இயக்க சக்தி $\frac{mu^2}{32}$ எனக் காட்டுக.

3. மொத்தலினால் B இனால் A இன் மீது உருவாக்கப்பட்ட கணத்தாக்கு $\frac{6mu}{25}$ எனின் e இன் சாத்தியமான பெறுமானங்களைக் காண்க.

17. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு சிறிய ஒப்பமான கோளம் A ஆனது ஒப்பமான கிடை மேசை ஒன்றின் மீது வேகம் u உடன் இயங்கி மேசை மீது ஓய்வில் இருக்கும் ஒத்த பருமனையும் திணிவு 2m ஐயும் உடைய வேறொரு சிறிய ஒப்பமான கோளம் B யுடன் நேரடியாக மோதுகின்றது. மீளமைவுக்குணகம் e ஆகும்.

1. B பெற்ற வேகம் $(1+e)\frac{u}{3}$ எனக் காட்டி, கோளங்களுக்கிடையே உள்ள கணத்தாக்கு J யைக் காண்க

2. மொத்தல் காரணமாக இயக்கப்பாட்டுச் சக்தியில் உள்ள இழப்பை $E=\frac{J}{2}(1-e)u$ வடிவத்தில் எடுத்துரைக்க.

3. மொத்தல் காரணமாக A யின் இயக்கதிசை புறமாற்றப்படுமெனின் $e>\frac{1}{2}$ எனவும் $E<\frac{1}{4}mu^2$ எனவும் காட்டுக.

18. சம ஆரைகளை உடைய A,B என்னும் இரு ஒப்பமான கோளங்கள் நேரடியாக மோதுமாறு ஒப்பமான கிடைமேசை ஒன்றின் மீது எதிர்த்திசைகளில் இயங்குகின்றன. அவற்றின் திணிவுகள் முறையே 2m, 3m உம் அவற்றின் கதிகள் முறையே 7u, 3u உம் ஆகும். கோளங்களுக்கிடையே உள்ள மீளமைவுக்குணகம் e ஆகும். மோதுகையின் கணத்தாக்கு பருமன் 12mu(I+e) ஐ உடையதெனக் காட்டுக.
மொத்தல் காரணமாக சிறிய கோளம் A ஓய்வுக்கு வருமெனின் e யின் பெறுமானத்தைத் துணிந்து , அப்போது தொகுதியின் தொடக்க இயக்கப்பாட்டுச் சக்தியில் $\frac{1}{15}$ எஞ்சியிருக்குமெனக் காட்டுக.

19. ஒரு துணிக்கை இரு ஒப்பமான நிலைக்குத்துச் சுவர்களிற்கிடையே ஒரு சுவரின் அடிப்பகுதியிலிருந்து மற்றைய சுவரை நோக்கி கிடையுடன் ஓர் கோணம் அமைக்க எறியப்படுகின்றது. இது சுவர்களிற்கிடையே மாறி மாறி மூன்று முறை மோதல்களை நிகழ்த்திய பின் எறியற் புள்ளிக்குத் திரும்புகின்றது. இறுதி (மூன்றாவது) மோதல் சுவரில் கிடைத்திசையில் நிகழும் எனின், $e^3+e^2+e=1$ எனக் காட்டுக. இங்கு ஒவ்வொரு சுவரிற்கும் துணிக்கைக்கும் இடையேயான மீளமைவுக்குணகம் e ஆகும்

20. A,B என்னும் ஒரே ஆரையுடைய இரண்டு சிறு கோளங்கள் நிலைப்படுத்தப்பட்ட வட்ட வடிவான கிடையான ஒப்பமான குழாயொன்றினுள் வட்டத்தின் விட்டத்தின் அந்தங்களில் காணப்படுகின்றன. A என்பது குறிப்பிட்ட வேகத்துடன் எறியப்படுகின்றது. அது B யை மோதுவதற்கு எடுக்கும் நேரம் t எனின், கோளங்களுக்கிடையிலான மீளமைவுக்குணகம் e ஆகவிருக்க $\frac{2t}{e}$ என்ற நேரத்தின் பின் இரண்டாம் மோதுகை நிகழும் எனக் காட்டுக.

21. ஒரு நிலைத்த ஒப்பமான கப்பிக்கு மேலாகச் செல்கின்ற மீள்தன்மையின்றிய இலேசான இழை ஒன்றினால் 3m,m என்னும் இரு திணிவுகள் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. பெரிய திணிவு தரை மீதும் சிறிய திணிவு சுயாதீனமாகத் தொங்கிக் கொண்டும் இழை இறுக்கமாகவும் கப்பியுடன் தொடுகையுறாத இழைப்பகுதிகள் நிலைக்குத்தாகவும் இருக்கத் தொகுதி ஓய்வில் உள்ளது. ஓய்விலிருந்து உயரம் h இனூடாக நிலைக்குத்தாக விழும் ஒரு மூன்றாம் திணிவு m ஆனது சிறிய திணிவில் மோதி அதனுடன் ஒட்டிக் கொள்கின்றது. இதனால் முழுத்தொகுதியும் கதி v உடன் இயங்குமாறு குலுக்கப்படுகிறது. v யின் பெறுமானத்தைக் கண்டு,

1. இழையில் உண்டாக்கப்படும் கணத்தாக்கு $\frac{3}{5}mu$ எனக் காட்டுக. இங்கு $u=\sqrt{2gh}$
2. குலுக்கம் ஏற்படும் கணத்திலிருந்து நேரம் $\frac{u}{g}$ இற்குப் பின்னர் பெரிய திணிவு $\frac{h}{5}$ என்னும் உயர்ந்த பட்ச உயரத்திற்கு எழுகின்றதெனக் காட்டுக.

22. ஒரு சிறிய ஒப்பமான துணிக்கை A யும் திணிவு m ஐ உடைய ஒரு சிறிய ஒப்பமான மீள்தன்மைத் துணிக்கை B யும் நீளம் l ஐ உடைய ஒரு மீள்தன்மையின்றிய இழையின் இரு நுனிகளுடனும் இணைக்கப்பட்டு, ஓர் ஒப்பமான கிடைத்தளத்தின் மீது ஓய்வில் இருக்கின்றன. இப்போது இழை இறுக்கமாக இருக்கத் தொகுதி திசை AB யிலே கதி u உடன் இயங்குகின்றது. சிறிது நேரத்துக்குப் பின்னர் துணிக்கை B ஆனது தளத்தின் மீது ஓய்வில் இருக்கும் திணிவு M ஐ உடைய ஒரு சிறிய ஒப்பமான

மீள்தன்மைத் துணிக்கை C உடன் மோதுகின்றது. துணிக்கை B யிற்கும் துணிக்கை C யிற்குமிடையே உள்ள மீளமைவுக்குணகம் e எனின், துணிக்கை C உடன் மோதிய பின்னர் துணிக்கை B ஆனது $\frac{m-eM}{m+M}u$ உடன் இயங்குகின்றது எனவும் B யிற்கும் C யிற்குமிடையே மோதுகை ஏற்படும் கணத்திலிருந்து $\frac{(m+M)\ell}{M(1+e)u}$ இற்குப் பின்னர் துணிக்கை A ஆனது துணிக்கை B உடன் மோதுகின்றது எனவும் காட்டுக.

23. A,B என்பன இரண்டு அழுத்தமான சம ஆரையும் m,4m திணிவுடைய கோளங்களாகும். அவை ஒப்பமான கிடை மேசையில் வைக்கப்பட்டு இயங்குகின்றன. யு என்பது u வேகத்துடனும் B என்பது A இன் திசையில் λu எனும் வேகத்துடன் இயங்குகின்றது. இங்கு $0<\lambda<1$ நேரடி மொத்தலினால் A ஓய்வுக்குக் கொண்டு வரப்படின் மீளமைவுக்குணகம் $e=\frac{4\lambda+1}{4(1-\lambda)}$ என நிறுவுக.

$\lambda \le \frac{3}{8}$ எனக் காட்டுக. மொத்தலினால் 25% இயக்கசக்தி இழக்கப்பட்டால் $e=\frac{(\sqrt{6}-2)}{2}$ என நிறுவுக.

24. இலேசான நீளா இழையொன்று ஒரு ஒப்பமான கப்பி மீது சென்று முனைகளில் 4m, 3m திணிவுகளைக் காவுகின்றது. துணிக்கைகள் ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் இயங்குகின்றன. ஒவ்வொரு துணிக்கைக்கும் இயக்கச் சமன்பாடுகளைச் எழுதி அதிலிருந்து துணிக்கைகளின் ஆர்முடுகலையும் இழையின் இழுவையையும் காண்க.
3m திணிவு மேல்நோக்கி v வேகத்துடன் இயங்கிக் கொண்டிருக்கும் போது A எனும் புள்ளியில் ஓய்விலுள்ள 2m திணிவை இணைத்துக் கொள்கின்றது. பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

1. சேர்த்தித் திணிவுடன் சேர்ந்த தொகுதியின் ஆரம்ப வேகம்
2. 2m திணிவை இணைக்கும் போது ஏற்படும் கணத்தாக்கு இழுவை
3. சேர்த்தித் திணிவு A யிற்கு மேல் எழும்பும் உயரம்

25. A,B என்பன நிலத்தின் மீது உள்ள இரு புள்ளிகளாகும். திணிவு m உடைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது கிடைக்கோடு AB யினூடாகச் செல்கின்ற நிலைக்குத்துத்தளத்தில் AB உடன் கோணம் $\alpha(0<\alpha<\frac{\pi}{2})$ இல் சாய்ந்திருக்குமாறு வேகம் u(>0) உடன் புள்ளி A யிலிருந்து எறியப்படுகின்றது அதே நேரத்தில் திணிவு λm ஐ உடைய ஓர் இரண்டாம் துணிக்கை Q ஆனது அதே நிலைக்குத்துத்தளத்தில் BA உடன் கோணம்

$\beta (0 < \beta < \frac{\pi}{2})$ இல் சாய்ந்திருக்குமாறு புள்ளி B யிலிருந்து வேகம் v(>0) உடன் எறியப்படுகின்றது. இரு துணிக்கைகளும் நடு வான்வெளியில் மோதுமெனின் $u \sin \alpha = v \sin \beta$ எனவும் இரு துணிக்கைகளும் மோதும் வரைக்கும் அவற்றின் நிலைக்குத்து வேகக்கூறுகள் சமமாக இருக்கும் எனவும் காட்டுக.

மோதுவதற்கு சற்று முன்னர் துணிக்கை P கிடையாக இயங்குமெனின் , அதே கணத்தில் துணிக்கை Q வும் கிடையாக இயங்கும் என்பதை உய்த்தறிக. புள்ளி A யிற்கும் புள்ளி B யிற்கும் உள்ள தூரம் $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$ ஆகவும் மோதிய பின்னர் துணிக்கைகள் இணைந்தும் இருப்பின்,

1. $u \cos \alpha = v \cos \beta$ எனவும்
2. சேர்த்தித் துணிக்கை வேகம் $\left(\frac{1-\lambda}{1+\lambda}\right) u \cos \alpha$ உடன் கிடையாக இயங்கத் தொடங்குகின்றது எனவும்
3. சேர்த்தித் துணிக்கை நிலத்தில் A யிலிருந்து தூரம் $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{(1+\lambda) g}$ இல் விழும் எனவும் காட்டுக.

   துணிக்கை Q வின் திணிவு துணிக்கை P யின் திணிவுடன் ஒப்பிடப்படும் போது புறக்கணிக்கத்தக்கது எனின், சேர்த்தித் துணிக்கை நிலத்திலே B யில் விழும் எனவும், மறுசார் துணிக்கை P யின் திணிவு துணிக்கை Q வின் திணிவுடன் ஒப்பிடப்படும் போது புறக்கணிக்கத்தக்கது எனின், சேர்த்தித்துணிக்கை நிலத்திலே A யில் விழும் எனவும் காட்டுக.

   துணிக்கை P யினதும் துணிக்கை Q வினதும் திணிவுகள் சமமெனின் சேர்த்தித் துணிக்கை நிலத்திலே எப்புள்ளியிலே விழும்? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

26. M திணிவுள்ள A எனும் கோளம் ஓர் நிலைக்குத்துச் சுவரிலிருந்து a தூரத்திலுள்ளது. இதனை u வேகத்துடன் சுவரிற்கு செங்குத்தாக சுவரை நோக்கி இயங்கும் m திணிவு மோதி இத்திணிவு ஓய்வடைகின்றது எனின், m,M இற்கிடையேயான மீளமைவுக்குணகம் $e = \frac{m}{M}$ எனக் காட்டுக.

    M திணிவு சுவருடன் மோதி மீளும் கணத்தில் m ஆனது M இனை நோக்கி u வேகத்துடன் தட்டி விடப்படின் m,M இற்கிடையேயான முதல் மொத்தலிற்கும் இரண்டாம் மொத்தலிற்கும் இடைப்பட்ட நேர இடைவெளி $\frac{a}{u}\left\{\frac{1+e+e^2}{e(1+e^2)}\right\}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து m=M ஆக இருக்குமெனின் இந்நேர இடைவெளி $\frac{3a}{2u}$ என உய்த்தறிக

27. A,B என்ற இரு துணிக்கைகளும் இலேசான நீளா இழையினால் இணைக்கப்பட்டு இழை இறுக்கமாக இருக்குமாறு ஒப்பமான கிடைத்தளமொன்றில் ஓய்வாக இருக்கின்றது. $\overline{AB}$ உடன் α கூர்ங்கோணத்தை ஆக்கும் திசையில், இழை இல்லாதிருப்பின் u வேகத்தைப் பெற்றுக் கொடுக்க முடியுமான கிடை கணத்தாக்கு ஒன்று துணிக்கை B இற்குப் பிரயோகிக்கப்படுகின்றது. துணிக்கை B இயங்க ஆரம்பிக்கும் வேகத்தின் பருமனையும் திசையையும் இழையில் ஏற்படும் கணத்தாக்கையும் காண்க. துணிக்கைகளினது திணிவுகள் 2m, m ஆகும்

28. இலேசான நீட்ட முடியாத இழை ஒன்று ஓர் ஒப்பமான நிலைத்த கப்பிக்கு மேலாகச் செல்கின்றது. இழையின் ஒரு நுனியில் திணிவு M ஐ உடைய ஒரு வாளியும் மற்றைய நுனியில் சம திணிவுள்ள ஓர் எதிர்நிறையும் (Counterpoise) இணைக்கப்பட்டுள்ளன. திணிவு m ஐ உடைய சிறிய பந்து ஒன்று வாளியின் கிடை அடியில் வேகம் u உடன் அடிக்குமாறு நிலைக்குத்தாகப் போடப்படுகின்றது.ந என்பது மீளமைவுக்குணகமெனின் வாளிவேகம் $\frac{m(1+e)u}{2M+m}$ உடன் இயங்கத் தொடங்குகின்றதெனக் காட்டி, இழையில் உள்ள கணத்தாக்கத்தைக் காண்க.
அத்தோடு பந்தினதும் வாளியினதும் முதல் மொத்தலுக்கும் இரண்டாம் மொத்தலுக்குமிடையே உள்ள நேரத்தையும் காண்க.

29. a நீளமான இரு இழைகளின் இருமுனைகள் புள்ளி O இற்கு கட்டப்பட்டுள்ளன. மறு முனைகள் km,m (k>1) திணிவுடைய துணிக்கைகள் A,B இணைக்கப்பட்டு அவை AOB ஒரே கிடை மட்டத்தில் இருக்கக்கூடியவாறும் AOB=2a ஆகுமாறும் துணிக்கைகள் பிடிக்கப்பட்டு மெதுவாக விடப்படுகின்றன. தொடரும் இயக்கத்தில் A,B இன் மொத்தலின் போது A இன் வேகம் புறமாற்றம் செய்யப்படுகின்றது எனக் காட்டுக.
(A,B இற்கு இடையே மீள்தன்மைக் குணகம் k எனக் கொள்க) மொத்தலின் போது இழக்கப்படும் இயக்கசக்தி அபய எனின் k ஐக் காண்க

30. m,2m என்னும் திணிவுகளை உடைய இரு சிறிய ஒப்பமான கோளங்கள் 2a நீளமுள்ள ஓர் இலேசான நீட்ட முடியாத இழையினால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இழையின் நடுப்புள்ளி ஒரு நிலைத்த நீளமான கிடை ஆணியில் நிலைப்படுத்தப்பட்டு, இழையின் இரு பகுதிகளும் இறுக்கமாக இருக்குமாறு இரு கோளங்களும் 2a இடைத்தூரத்தில் வைத்திருக்கப்படுகின்றன. இப்போது இரு கோளங்களும் ஓய்விலிருந்து ஒரே வேளையில்

விடுவிக்கப்படுகின்றன. முதலாம் மொத்தலின் விளைவாகப் பாரங்கூடிய கோளம் ஓய்விற்கு வருமெனத் தரப்பட்டிருப்பின், மீளமைவுக்குணகத்தைக் காண்க. மேலும்

1. இரண்டாம் மொத்தலின் விளைவாக இலேசான கோளம் ஓய்விற்கு வருகின்றது எனவும்
2. மொத்தற் புள்ளி இருக்கும் மட்டத்தில் அழுத்த சக்தி பூச்சியமெனின், இரண்டாம் மொத்தலுக்கும் மூன்றாம் மொத்தலுக்குமிடையே தொகுதியின் மொத்த பொறிமுறைச் சக்தி $\frac{1}{2}mga$ எனவும் காட்டுக.

31. M திணிவொன்று மீள்தன்மையற்ற மேசையொன்றின் மீது ஓய்வில் உள்ளது. ஒரு முனை அதற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ள நீளா இழையொன்று நிலையான ஒப்பமான கப்பியொன்றின் மீது சென்று அதன் மற்றைய முனை m(<M) திணிவொன்றுடன் இணைக்கப்பட்டு அந்த இரண்டாவது திணிவு மேசைக்கு மேலே தொங்கியவாறு உள்ளது. M திணிவு மேசை மீது அதனுடன் இணைக்கப்பட்ட இழையும் நிலைக்குத்தாக இருக்குமாறு உள்ளது. திணிவு m ஐ அது உள்ள நிலைக்குத்துக் கோடு வழியே h உயரத்திற்கு மேலுயர்த்தி கீழே விடப்படுகின்றது. இழை இறுக்கமானவுடன் M திணிவு மேல் எழும்பும் வேகத்தையும் இழையின் கணத்தாக்கையும் காண்க. m விடப்பட்டு $\frac{M}{M-m}\sqrt{\frac{2h}{g}}$ நேரத்திற்குப் பிறகு தொகுதி கணநிலை ஓய்விற்கு வருமெனக் காட்டுக.

32. முறையே a,b,c என்னும் திணிவுகளையும் சம ஆரைகளையும் கொண்ட A,B,C என்னும் மூன்று சிறிய ஒப்பமான கோளங்கள் ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது அவற்றின் மையங்கள் ஒரு நேர்கோட்டின் மீது இருக்குமாறு அதே வரிசையில் வேறுவேறாகக் வைக்கப்பட்டிருக்கின்றன. கோளம் A ஆனது கோளம் B யை மோதக்கூடியவாறு அவற்றின் மையக்கோடு வழியே வேகம் u உடன் எறிப்படும் போது கோளம் B ஆனது வேகம் C உடன் மோதுகின்றது. ஒவ்வொரு சோடிக் கோளங்களுக்குமான மீளமைவுக் குணகம் e ஆகும். C ஆனது வேகம் $\frac{(1+e)^2 u}{\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{\text{c}}{\text{b}}\right)}$ உடன் விலகி இயங்குமெனக் காட்டுக.

மேலும் A உம் B உம் முறையே முதலாம் மொத்தலுக்குப் பின்பும் இரண்டாம் மொத்தலுக்குப் பின்பும் ஓய்வுக்குக் கொண்டு வரப்படுகின்றதெனத் தரப்படின், விகிதம் a:b:c ஐக் கண்டு தொகுதியில் எஞ்சியிருக்கும் இயக்கப்பாட்டுச்சக்தியைத் தொடக்க இயக்கப்பாட்டுச்சக்தியின் ஒரு பின்னமாக எடுத்துரைக்க.

33. நீளம் l ஐ உடைய எளிய ஊசல் ஒன்று அதன் குண்டு ஒரு கிடைத்தரைக்கு மேலே உயரம் $2l$ இல் இருக்க ஓய்விலே தொங்குகின்றது. குண்டின் திணிவிற்குச் சமமான திணிவுகள் ஒரு துணிக்கை குண்டில் கிடையாக்கப்பட்டு, பின்னர் இழையின் தொடக்கக் கோட்டிலிருந்து கிடைத்தூரம் $\frac{\ell}{2}$ ஆக இருக்கும் ஒரு புள்ளியில் தரையை அடைகின்றது. இழை கணநிலையில் ஓய்விற்கு வருமுன்பாக ஒரு கூர்ங்கோணம் α வினூடாகத் திரும்புமெனின், இரு துணிக்கைகளிற்குமிடையே உள்ள மீளமைவுக்குணகம் $\dfrac{8\sin\frac{\alpha}{2}-1}{8\sin\frac{\alpha}{2}+1}$ எனக் காட்டுக.

34.

m_1, m_2 திணிவும் சம ஆரையும் கொண்ட A,B என்னும் இரண்டு ஒப்பமான பந்துகள் ஒப்பமான கிடைமேசையொன்றின் மீது ஒரே நேர்கோட்டில் இயங்குகின்றன. இரண்டு பந்துகளும் ஒரே கதி u உடன் ஒன்றையொன்று அணுகுவதை மேலுள்ள படம் காட்டுகின்றது. நேரடி மோதுகையின் பின் ஒவ்வொரு பந்தும் அவற்றின் தொடக்கத் திசைக்கு எதிர்த்திசையில் இயங்குவதோடு m_1 இன் கதி $\frac{u}{2}$ உம் ஆகும்.

மோதுகைக்குப் பின் B யின் கதி v ஆனது $\left(\dfrac{3m_1}{2m_2}-1\right)u$ எனவும் இதிலிருந்து

$\dfrac{m_1}{m_2} > \dfrac{2}{3}$ எனவும் காட்டுக.

A யிற்கும் B யிற்குமிடையிலுள்ள மீளமைவுக் குணகம் ந எனின் $v \le \dfrac{3u}{2}$ எனவும்

இதிலிருந்து $\dfrac{m_1}{m_2} \le \dfrac{5}{3}$ எனவும் காட்டுக.