සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2016 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தரப்) பரீட்சை, 2016 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2016

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 T I

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள் :

※ இவ்வினாத்தாள் **பகுதி A** (வினாக்கள் 1 - 10), **பகுதி B** (வினாக்கள் 11 - 17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.

※ **பகுதி A:**
எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளை எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

※ **பகுதி B:**
ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் உமது விடைகளை எழுதுக.

※ ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** ஆனது **பகுதி B** யிற்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.

※ வினாத்தாளின் **பகுதி B** யை **மாத்திரம்** மண்டபத்திற்கு வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகரின் உபயோகத்திற்கு மட்டும்

(11) உயர் கணிதம் I

பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	
	சதவீதம்	

வினாத்தாள் I	
வினாத்தாள் II	
மொத்தம்	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

tamilguru.lk

இறுதிப் புள்ளிகள்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்		
பரிசீலித்தவர்:	1	
	2	
மேற்பார்வை செய்தவர்:		

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

பகுதி A

tamilguru.lk

1. காரணிகளைக் காண்க: $(x+y)^3(x-y)+(y+z)^3(y-z)+(z+x)^3(z-x)$.

2. $\mathbb{R}$ மீது ஒரு தொடர்பு R ஆனது $x^2-y^2-x+y=0$ எனின் xRy இனால் வரையறுக்கப்படுகின்றது. R ஆனது $\mathbb{R}$ மீது ஒரு சமவன்மைத் தொடர்பெனக் காட்டுக.

[பக். 3 ஐப் பார்க்க

tamilguru.lk

3. $x \in \mathbb{R}$ இற்கு $f(x) = (ax+1)^{\frac{1}{3}}$, $g(x) = 3x + 4$ ஆகியன $(f \circ g)(1) = 2$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக உள்ளனவெனக் கொள்வோம்; இங்கு a ஒரு மெய்ம் மாறிலி. a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
$h(x) = (f \circ f)(x)$ எனக் கொள்வோம். $h^{-1}(x)$ ஐக் காண்க.

4. $\begin{vmatrix} b+c & c & b \\ c & a+c & a \\ b & a & a+b \end{vmatrix} = 4abc$ எனக் காட்டுக.

[பக். 4 ஐப் பார்க்க

tamilguru.lk

5. பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இற்குப் புள்ளி $(at^2, 2at)$ இல் உள்ள செவ்வனின் சமன்பாடு $y + tx = 2at + at^3$ எனக் காட்டுக.

இச்செவ்வன் பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இன் குவியத்தினூடாகச் செல்லுமெனின், t இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

6. $a \in \mathbb{R}$ எனவும் $b \geq 1$ எனவும் $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ஆனது
$$f(x) = \begin{cases} x\tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right), & x < 0 \text{ எனின்,} \\ a, & x = 0 \text{ எனின்,} \\ \sqrt{b - 1 + x}, & x > 0 \text{ எனின்} \end{cases}$$

இனால் தரப்படும் சார்பு எனவும் கொள்வோம். $x = 0$ இல் f தொடர்ச்சியானதெனின், a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

[பக். 5 ஐப் பார்க்க

tamilguru.lk

7. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ ஆனது $f(x)=\begin{cases} x, & x<1 \text{ எனின்,}\\ x^2-2x+2, & x\geq 1 \text{ எனின்,}\end{cases}$

இனால் வரையறுக்கப்படும் சார்பெனக் கொள்வோம். f ஆனது $x=1$ இல் வகையிடத்தக்கதா ? உமது விடையை நியாயப்படுத்துக.

எல்லா $x\neq 1$ இற்கும் $f'(x)$ ஐ எழுதுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

8. $x=0$ ஆக இருக்கும்போது நிபந்தனை $y=\ln 2$ இற்கமைய $\frac{dy}{dx}=e^{x-y}+x^2e^{-y}$ ஐத் தீர்க்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[பக். 6 ஐப் பார்க்க

tamilguru.lk

9. f, g ஆகியன $x \in [0, 1]$ இற்குச் சமன்பாடு $2x f(x^2) + 3g(x) = 14x$ ஐத் திருப்தியாக்கும் ஆயிடை $[0, 1]$ மீது மெய்ப் பெறுமானத் தொடர் சார்புகள் எனக் கொள்வோம்.

$\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 1$ எனின், அப்போது $\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 2$ எனக் காட்டுக.

10. $r = 2$, $r = 2(\cos\theta - \sin\theta)$ ஆகியவற்றினால் முனைவுச் சமன்பாடுகள் தரப்படும் வளையிகளின் பரும்படிப் படங்களை ஒரே உருவில் வரைந்து, அவற்றின் வெட்டுப் புள்ளிகளின் முனைவாள்கூறுகளைக் காண்க.

* *

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව | முழுப் பதிப்புரிமையுடையது | All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka
ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2016 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தரப்) பரீட்சை, 2016 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2016

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 T I

பகுதி B

※ **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. (*a*) A, B, C ஆகியன ஓர் அகிலத் தொடை S இன் தொடைப்பிரிவுகளெனக் கொள்வோம். நீங்கள் பயன்படுத்தும் தொடை அட்சரகணித விதிகளைத் தெளிவாகக் குறிப்பிட்டு

(i) $(B-A)\cup(C-A)=(B\cup C)-A$ எனவும்

(ii) $A\cap(B-C)=(A\cap B)-(A\cap C)$ எனவும் காட்டுக;

இங்கு தொடை $A-B$ ஆனது $A-B=A\cap B'$ இனால் வரையறுக்கப்படுகின்றது.

(*b*) A, B, C என்னும் நகரங்கள் மூன்றில் குறைந்தபட்சம் ஒரு நகரத்திற்கேனும் சென்றிருந்த 40 மனிதர்கள் தொடர்பான ஒரு கணிப்பீட்டில் 22 பேர் நகரம் A இற்கும் 23 பேர் நகரம் B இற்கும் 19 பேர் நகரம் C இற்கும் சென்றிருப்பதாக வெளிப்படுத்தப்பட்டது. மேலும் 18 பேர் A, B ஆகிய இரு நகரங்களுக்கும் 11 பேர் A, C ஆகிய இரு நகரங்களுக்கும் 13 பேர் B, C ஆகிய இரு நகரங்களுக்கும் 11 பேர் எல்லா மூன்று நகரங்களுக்கும் சென்றிருப்பதாகவும் வெளிப்படுத்தப்பட்டது.

(i) A இற்கு அல்லது B இற்குச் சென்றிருந்த,

(ii) B, C ஆகியவற்றுக்குச் சென்றிருந்த, ஆனால் A இற்குச் சென்றிராத

(iii) B இற்கோ, C இற்கோ சென்றிராத

மனிதர்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

12. (*a*) a, b, c ஆகியன நேர் மெய் எண்களெனக் கொள்வோம். சமனிலி $\frac{a+b+c}{3}\geq\sqrt[3]{abc}$ ஐக் கருதிக் கொண்டு

(i) $(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)\geq 9$,

(ii) $\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}\geq\frac{9}{2}$,

(iii) $0<a<1$ இற்கு $(1-a)(1+a)^2\leq\frac{32}{27}$

என நிறுவுக.

(*b*) xy - தளத்தில் உருமாற்றம் $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ ஆனது புள்ளி $(a,2)$ ஐப் புள்ளி (a,b) இற்குப் படமாக்குகின்றது; இங்கு a, b ஆகியன மெய்ம் மாறிலிகள். a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இவ்வுருமாற்றம் கோடு $x=1$ ஐ ஒரு கோடு $px'+qy'+r=0$ இற்குப் படமாக்குகின்றது; இங்கு p, q, r ஆகியன மெய்ம் மாறிலிகள். p, q, r ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இவ்வுருமாற்றத்தின் கீழ் கோடு $2x'+y'=1$ மீது படமாக்கப்படும் xy-தளத்தில் உள்ள கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

13. ஒரு நேர் நிறையெண் சுட்டிக்குத் த **மோய்வரின் தேற்றத்தைக்** கூறி நிறுவுக.

$k = 0, 1, 2, \ldots$ இற்கு $\omega_k = \cos\left(\frac{2k\pi}{5}\right) + i\sin\left(\frac{2k\pi}{5}\right)$ எனக் கொள்வோம்.

$k = 0, 1, 2, \ldots$ இற்கு $\omega_k^5 = 1$ எனக் காட்டி, **இதிலிருந்து,** சமன்பாடு $z^5 - 1 = 0$ இன் ஐந்து வேறுவேறான மூலங்களை எழுதுக.

$\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ ஆகியன சமன்பாடு $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ இன் நான்கு வேறுவேறான மூலங்கள் என **உய்த்தறிக.**

$z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = \left\{z^2 - 2\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) z + 1\right\}\left\{z^2 - 2\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) z + 1\right\}$ என மேலும் **உய்த்தறிக.**

இச்சர்வசமன்பாட்டின் z^2, z^3 ஆகியவற்றின் குணகங்களை ஒப்பிடுவதன் மூலம் $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$, $\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட நிறையெண் குணகங்கள் உள்ள இருபடிச் சமன்பாட்டைப் பெறுக.

இதிலிருந்து, $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$ எனக் காட்டுக.

14. (*a*) C_1, C_2 ஆகியன முறையே $x = y^2$, $x = 2 - y^2$ ஆகியவற்றினால் தரப்படும் வளையிகளெனக் கொள்வோம். அவற்றின் வெட்டுப் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளைக் காட்டி C_1, C_2 ஆகியவற்றின் வரைபுகளின் பரும்படிப் படங்களை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.

C_1, C_2 ஆகிய இரு வளையிகளினாலும் வரைப்புற்ற பிரதேசம் S இன் பரப்பளவைக் காண்க.

கோடு $x = 3$ ஐப் பற்றி இப்பிரதேசம் S ஐ நான்கு செங்கோணங்களினூடாகச் சுழற்றுவதன் மூலம் பிறப்பிக்கப்படும் திண்மத்தின் கனவளவையும் காண்க.

(*b*) ஒரு வளையிக் குடும்பம் வகையீட்டுச் சமன்பாடு $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{4x + y}{x - 4y}$ ஐத் திருப்தியாக்குகின்றது.

$y = xV$ எனப் பிரதியிடுவதன் மூலம் தரப்பட்ட வகையீட்டுச் சமன்பாடு $\frac{1 - 4V}{4(1 + V^2)}\,\mathrm{d}V = \frac{1}{x}\mathrm{d}x$ இற்கு உருமாற்றப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, வளையிக் குடும்பம் தெக்காட்டின் வகைகுறிப்பு $\frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) - \ln\left(x^2 + y^2\right) = \lambda$ ஐ உடையதெனக் காட்டுக; இங்கு $\lambda \in \mathbb{R}$.
இவ்வளையிக் குடும்பத்தின் நிமிர்கோணக் கடவைகளினால் திருப்தியாக்கப்படும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டையும் பெறுக.

15. (*a*) $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $I_n = \int_0^1 (1 - x^3)^n x\,\mathrm{d}x$ எனக் கொள்வோம்.

$n = 2, 3, \ldots$ இற்கு $(3n + 2)I_n = 3nI_{n-1}$ எனக் காட்டி, $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $I_n = \frac{3^n\, n!}{(3n + 2)\,(3n - 1)\cdots 8 \cdot 5 \cdot 2}$ என **உய்த்தறிக.**

(*b*) $x \in \mathbb{R}$ இற்கு $y = e^{\cos x}$ எனக் கொள்வோம். $\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} + \sin x \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} + (\cos x)\, y = 0$ எனக் காட்டுக.

உறுப்பு x^4 (உட்பட) வரைக்கும் y இன் மக்குளோரினின் தொடர் விரியைப் பெறுக.

இதிலிருந்து, தொகையீடு $\int_0^1 e^{\cos x}\,\mathrm{d}x$ இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

[பக். 9 ஐப் பார்க்க

16. புள்ளி $T \equiv \left(\frac{a}{2}\left(t+\frac{1}{t}\right), \frac{b}{2}\left(t-\frac{1}{t}\right)\right)$ ஆனது அதிபரவளைவு $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ மீது இருக்கின்றது என்பதை வாய்ப்புப் பாரக்க; இங்கு $t\,(\neq 0)$ ஒரு பரமானம்.
அதிபரவளைவுக்குப் புள்ளி T இல் உள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டைப் பெறுக.

$P \equiv (at, bt)$, $Q \equiv (at', -bt')$ ஆகிய புள்ளிகள் அதிபரவளைவின் அணுகுகோடுகளின் மீது இருக்கின்றனவெனக் காட்டுக.

PQ இன் நடுப் புள்ளி R ஆனது அதிபரவளைவு மீது இருக்கின்றதெனத் தரப்பட்டுள்ளது. $tt' = 1$ எனவும் கோடு PQ ஆனது அதிபரவளைவுக்கு R இல் உள்ள தொடலி எனவும் காட்டுக.

$OP \cdot OQ = a^2 + b^2$ எனவும் காட்டுக; இங்கு O ஆனது உற்பத்தியாகும்.

R இலிருந்து அதிபரவளைவின் அணுகுகோடுகளுக்கு வரையப்பட்டுள்ள செங்குத்துகள் அணுகுகோடுகளைச் சந்திக்கும் புள்ளிகள் L, M எனக் கொள்வோம்.

$RL \cdot RM = \frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$ என மேலும் காட்டுக.

17. (*a*) $x \in \mathbb{R}$ இற்கு $f(x) = \frac{3+\sin^2 x}{2+\cos^2 x}$ எனக் கொள்வோம்.

More Past Papers at
tamilguru.lk

(i) $x \in \mathbb{R}$ இற்கு $1 \leq f(x) \leq 2$ எனக் காட்டுக.

(ii) $f(x) = 1$, $f(x) = 2$ என்னும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(iii) $0 \leq x \leq \pi$ இற்கு $y = f(x)$ இன் வரைபின் பரும்படிப் படத்தை வரைக.

(*b*) பின்வரும் அட்டவணையில், காட்டப்பட்டுள்ள x இன் பெறுமானங்களுக்கு, சார்பு $f(x) = \ln(1+x^2)$ இன் பெறுமானங்கள் மூன்று தசம தானங்களுக்குச் சரியாகத் தரப்பட்டுள்ளன.

x	0	0.5	1.0	1.5	2.0
$f(x)$	0	0.223	0.693	1.179	1.909

மேற்குறித்த அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ள பெறுமானங்களுடன் சிம்சனின் நெறியைப் பயன்படுத்தி, $y = \ln(1+x^2)$, $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$ என்னும் வளையிகளினால் வரைப்புற்ற பரப்பளவுக்கான ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$\int_{-2}^{2} \ln\sqrt{1+x^2}\, dx$ இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தை உய்த்தறிக.

* * *

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2016 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2016 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2016

උසස් ගණිතය II
உயர் கணிதம் II
Higher Mathematics II

11 T II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள் :

※ இவ்வினாத்தாள் **பகுதி A** (வினாக்கள் 1 - 10), **பகுதி B** (வினாக்கள் 11 - 17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.

※ **பகுதி A**

எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளை எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

※ **பகுதி B**

ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் உமது விடைகளை எழுதுக.

※ ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** ஆனது **பகுதி B** யிற்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.

※ வினாத்தாளின் **பகுதி B யை மாத்திரம்** மண்டபத்திற்கு வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

※ மடக்கை அட்டவணை வழங்கப்படும்.

※ g ஆனது ஈர்ப்பினாலான ஆர்முடுகலைக் குறிக்கின்றது.

பரீட்சகரின் உபயோகத்திற்கு மட்டும்

(11) உயர் கணிதம் II		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	
	சதவீதம்	

வினாத்தாள் I	
வினாத்தாள் II	
மொத்தம்	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

இறுதிப் புள்ளிகள்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்	
பரிசீலித்தவர்: 1	
2	
மேற்பார்வை செய்தவர்:	

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

பகுதி A

1. ஒரு நிலைத்த உற்பத்தி O குறித்து ஒரு புள்ளி P இன் தானக் காவி $\mathbf{r}$ ஆனது
$\mathbf{r} = \left(\frac{1}{2}a\sin\theta\right)\mathbf{i} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\sin\theta\right)\mathbf{j} + (a\cos\theta)\mathbf{k}$ இனால் தரப்படுகின்றது; இங்கு $\theta\ (0 \le \theta \le \pi)$ ஓர் எண்ணிப் பரமானமும் a ஒரு நேர் மாறிலியும் ஆகும்.

(i) $\mathbf{r}\cdot\mathbf{r} = a^2$ (ii) $\mathbf{r}\cdot\frac{d\mathbf{r}}{d\theta} = 0$ (iii) $\mathbf{r}\times\frac{d\mathbf{r}}{d\theta} = \frac{a^2}{2}\left(-\sqrt{3}\mathbf{i} + \mathbf{j}\right)$ எனக் காட்டுக.

2. முறையே $a\mathbf{i}, b\mathbf{j}, c\mathbf{k}$ என்னும் தானக் காவிகளைக் கொண்ட A, B, C என்னும் புள்ளிகளினூடாக $P(b\mathbf{j}+c\mathbf{k}), P(c\mathbf{k}+a\mathbf{i}), P(a\mathbf{i}+b\mathbf{j})$ என்னும் மூன்று விசைகள் தாக்குகின்றன; இங்கு P ஒரு நேர் மாறிலியும் a, b, c ஆகியன $abc \neq 0$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக உள்ள மாறிலிகளும் ஆகும். இத்தொகுதி தாக்கக் கோடு $\mathbf{r} = \lambda(a\mathbf{i}+b\mathbf{j}+c\mathbf{k})$ ஐக் கொண்ட ஒரு தனி விளையுள் விசையாக ஒடுங்குகின்றதெனக் காட்டுக; இங்கு λ ஒரு பரமானம். விளையுள் விசையின் பருமனைக் காண்க.

[பக். 3 ஐப் பார்க்க

tamilguru.lk

3. முக்கோணி ABC ஆனது ஒரு சீரான முக்கோண அரியத்தின் மூன்று சமாந்தர ஓரங்களுக்குச் செங்குத்தாகப் புவியீர்ப்பு மையத்தினூடாக உள்ள குறுக்கு வெட்டாகும். அரியம் ஓர் ஏகவினத் திரவத்தில், A இனூடாக உள்ள ஓரம் சுயாதீன மேற்பரப்பிலும் B இனூடாக உள்ள ஓரம் சுயாதீன மேற்பரப்புக்குக் கீழேயும் C இனூடாக உள்ள ஓரம் சுயாதீன மேற்பரப்புக்கு மேலேயும் இருக்கத்தக்கதாக, சுயாதீனமாக மிதக்கின்றது. அதன் நிறையினதும் மேன்முகத் திரவ உதைப்பினதும் தாக்கக் கோடுகளைக் கருதுவதன் மூலம் BC ஐக் கொண்ட அரியத்தின் முகம் நிலைக்குத்தானதெனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கையின் நேரம் t இல் ஒரு நிலைத்த உற்பத்தி குறித்துத் தானக் காவி $\mathbf{r}$ ஆனது $\mathbf{r} = a\left[(\sin 2\omega t)\mathbf{i} + (1 - \cos 2\omega t)\mathbf{j}\right]$ இனால் தரப்படுகின்றது; இங்கு a, ω ஆகியன நேர் மாறிலிகள்.

(i) அதன் பாதை மையம் C ஆகவுள்ள தானக் காவி $a\mathbf{j}$ ஐயும் ஆரை a ஐயும் கொண்ட ஒரு வட்டம்,

(ii) C பற்றி அதன் கோண உந்தம் $2ma^2\omega\mathbf{k}$,

(iii) $\ddot{\mathbf{r}} + 4\omega^2(\mathbf{r} - a\mathbf{j}) = \mathbf{0}$

எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[பக். 4 ஐப் பார்க்க

5. ஓர் ஒப்பமான கிடை நிலத்தின் மீது சீரான வேகம் $\mathbf{u} = u(\mathbf{i}\cos\alpha + \mathbf{j}\sin\alpha)$ உடன் இயங்கும் திணிவு m ஐ உடைய ஓர் ஒப்பமான கோளம் தொடக்கத்திலே ஓய்வில் இருக்கும் அதே ஆரையும் திணிவு M உம் உள்ள ஓர் ஒப்பமான கோளத்தின் மீது மோதுகின்றது; இங்கு $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ உம் u ஒரு நேர் மாறிலியும் ஆகும். மொத்தலுக்குப் பின்னர் m, M ஆகியவற்றின் வேகங்கள் முறையே $v\mathbf{j}, w\mathbf{i}$ எனின்,

(i) அவற்றின் தம்முள் கணத்தாக்கின் பருமன் $mu\cos\alpha$,

(ii) மீளமைவுக் குணகம் $\frac{m}{M}$

எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

6. திணிவு M ஐயும் ஆரை a ஐயும் உடைய ஒரு சீரான வட்ட வளையம் ஒரு கரடான கிடை நிலத்தின் மீது நழுவாமல் உருளுகின்றது. அதன் தளம் நிலைக்குத்தாக இருக்கும் அதே வேளை அதன் மையத்தின் கதி v மாறிலியாகும். வளையத்தின் இயக்கப்பாட்டுச் சக்தியைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[பக். 5 ஐப் பார்க்க

7. ஓர் எழுமாற்று மாறி R ஆனது $r = 1, 2, 3, \ldots, n$ என்னும் நிறையெண் பெறுமானங்கள் எடுக்கும் அதே வேளை ஒவ்வொன்றினதும் நிகழ்தகவு $\frac{1}{n}$ ஆகும். R இன் எதிர்பார்த்த பெறுமானம் $E(R)$ ஐக் காண்க.

சூத்திரம் $\sum_{r=1}^{n} r^2 = \frac{n}{6}(n+1)(2n+1)$ ஐ எடுத்துக்கொண்டு R இன் மாறற்றிறனையும் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

8. ஒரு பின்னக எழுமாற்று மாறி X ஆனது $-2, 0, 2$ என்னும் பெறுமானங்களை எடுக்கும் அதே வேளை அவற்றின் நிகழ்தகவுகள் முறையே $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ ஆகும். எழுமாற்று மாறி $Y = X_1 + X_2$ இன் நிகழ்தகவுப் பரம்பலைப் பெறுக; இங்கு X_1, X_2 ஆகியன X இன் இரு சாரா நோக்கல்களாகும்.

Y இன் நியம விலகல் 2 எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[பக். 6 ஐப் பார்க்க

9. ஒரு தொடர் எழுமாற்று மாறி X இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x)$ ஆனது

$$f(x) = \begin{cases} kx(1-x) & , \quad 0 \leq x \leq 1 \text{ இற்கு,} \\ 0 & , \quad \text{வேறு இடங்களில்} \end{cases}$$

இனால் தரப்படுகின்றது.

(i) $k = 6$ எனக் காட்டுக.

(ii) $E(X)$ ஐயும் $E(X^2)$ ஐயும் காண்க.

10. ஓர் எழுமாற்று மாறி X ஆனது ஆயிடை $[1, 4]$ மீது சீராகப் பரம்பியுள்ளது.

(i) $P(2 \leq X \leq 3)$ ஐயும் $P(X \leq 2)$ ஐயும் காண்க.

(ii) $P(X \geq a) = 0.6$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக a இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது /All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2016 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2016 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2016

උසස් ගණිතය II
உயர் கணிதம் II
Higher Mathematics II

11 T II

பகுதி **B**

* **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. ஒரு விசைத் தொகுதி கீழே குறித்துரைத்த கோடுகள் வழியே தாக்கும் ஆறு விசைகளைக் கொண்டுள்ளது.

கோடு	விசை
$\overrightarrow{OA} = \mathbf{j} + \mathbf{k}$	$P(\mathbf{j} + \mathbf{k})$
$\overrightarrow{OB} = \mathbf{k} + \mathbf{i}$	$P(\mathbf{k} + \mathbf{i})$
$\overrightarrow{OC} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$	$P(\mathbf{i} + \mathbf{j})$
$\overrightarrow{BC} = \mathbf{j} - \mathbf{k}$	$Q(\mathbf{j} - \mathbf{k})$
$\overrightarrow{CA} = \mathbf{k} - \mathbf{i}$	$Q(\mathbf{k} - \mathbf{i})$
$\overrightarrow{AB} = \mathbf{i} - \mathbf{j}$	$Q(\mathbf{i} - \mathbf{j})$

இங்கு P, Q ஆகியன மாறிலிகளாகும். தொகுதியை உற்பத்தி O இல் ஒரு தனி விசை $\mathbf{R}$ ஆகவும் திருப்பக் காவி $\mathbf{G}$ ஐ உடைய ஓர் இணையாகவும் ஒடுக்குக. தொகுதி

(i) ஒரு தனி விளையுள் விசைக்கு,

(ii) ஓர் இணைக்குச்

சமவலுவுள்ளதாக இருப்பதற்கான நிபந்தனைகளைப் பெறுக.

P, Q ஆகிய இரண்டும் பூச்சியமல்லாதனவெனத் தரப்படும்போது தொகுதி புரியிடை $\dfrac{Q}{2P}$ ஐ உடைய ஒரு முறுக்கிக்குச் சமவலுவுள்ளதெனக் காட்டுக. முறுக்கியின் மைய அச்சின் காவிச் சமன்பாட்டைக் கண்டு, அது நான்முகி $OABC$ இன் மையப்போலியினூடாகச் செல்கின்றதாவென வாய்ப்புப் பார்க்க.

12. $AB = a$ ஆக இருக்கும் ஒரு சதுரவடிவமுள்ள ஓர் அடர் $ABCD$ ஓர் ஏகவினத் திரவத்தில், பக்கம் AB ஆனது திரவத்தின் சுயாதீன மேற்பரப்பில் இருக்கத்தக்கதாக, நிலைக்குத்தாக முற்றாக அமிழ்த்தப்பட்டுள்ளது. புள்ளி E ஆனது பக்கம் CD இல், $CE = x$ ஆகவும் சரிவகம் $ABCE$ மீது உள்ள உதைப்பானது முக்கோணி ADE மீது உள்ள உதைப்புக்குச் சமமாகவும் இருக்குமாறு, எடுக்கப்பட்டுள்ளது. $x = \dfrac{a}{4}$ எனக் காட்டுக.

தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி AB இலிருந்து

(i) சதுரம் $ABCD$,

(ii) முக்கோணி ADE

இன் அமுக்க மையத்தின் தூரத்தைக் காண்க.

AB பற்றித் திருப்பங்களை எடுப்பதன் மூலம் AB இலிருந்து சரிவகம் $ABCE$ இன் அமுக்க மையத்திற்குள்ள தூரத்தைக் காண்க.

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

13. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை கிடையுடன் சாய்வு α இல் உள்ள ஓர் ஒப்பமான தளத்தின் ஓர் அதியுயர் சரிவுக் கோடு வழியே மேல்நோக்கித் தொடக்கக் கதி u உடன் எறியப்படுகின்றது. அதன் இயக்கத்துக்கு உள்ள வளித் தடை mkv ஆகும்; இங்கு k ஒரு நேர் மாறிலியும் v கதியும் ஆகும்.

துணிக்கை தளத்தில் மேல்நோக்கிச் செல்லும் உயர்ந்தபட்சத் தூரம் L ஆனது

$L = \frac{u}{k} + \frac{g}{k^2}\ln\left(\frac{g\sin\alpha}{ku + g\sin\alpha}\right)$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டி, துணிக்கை தூரம் L இற்கு இயக்குவதற்கு எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

அதியுயர் சரிவுக் கோடு வழியே கீழ்முக இயக்கத்திலும் அதே தடை தாக்குகின்றதெனத் தரப்படும்போது மேற்குறித்த தொடக்கக் கதி u ஐயும் துணிக்கை தொடக்கப் புள்ளியை நோக்கித் திரும்பி வரும் கதி V ஐயும் தொடர்புபடுத்தும் ஒரு சமன்பாட்டைப் பெறுக.

14. ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது இயங்கும் ஓர் ஒப்பமான கோளம் A ஆனது மேசை மீது ஓய்வில் இருக்கும் ஒரு சம ஒப்பமான கோளம் B உடன் மோதுகின்றது. மொத்தல் நடைபெறும் கணத்தில் A இன் வேகத்தின் திசையானது கோளங்களின் மையமிணை கோட்டுடன் கோணம் $\theta (< \frac{\pi}{4})$ ஐ ஆக்குகின்றது. இரு கோளங்களுக்குமிடையே உள்ள மீளமைவுக் குணகம் $e(0 < e < 1)$ ஆகும்.

இரு கோளங்களுக்குமிடையே உள்ள தம்முள் கணத்தாக்கின் பருமன் J ஆனது $J = \frac{1}{2}mu(1+e)\cos\theta$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக; இங்கு m ஆனது ஒவ்வொரு கோளத்தினதும் திணிவும் u ஆனது மோதுகைக்கு முன்னர் A இன் கதியும் ஆகும்.

இக்கணத்தாக்கைப் பயன்படுத்தி அல்லது வேறுவிதமாக, மொத்தல் காரணமாக இழக்கப்பட்ட தொடக்க இயக்கப்பாட்டுச் சக்தியின் பின்னம் δ ஆனது $\delta = \frac{1}{2}(1-e^2)\cos^2\theta$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக. மோதுகை காரணமாக A இன் பாதையின் திறம்பற் கோணத்தின் தான்சன் T ஆனது $\frac{1+e}{T} = 2t + \frac{1-e}{t}$ இனால் தரப்படுகின்றதென மேலும் காட்டுக; இங்கு $t = \tan\theta$.

இதிலிருந்து, $t = \sqrt{\frac{1-e}{2}}$ ஆக இருக்கும்போது திறம்பல் ஓர் உயர்ந்தபட்சப் பெறுமானத்தை எடுக்கின்றது எனவும் அப்போது $\delta = \frac{1-e^2}{3-e}$ எனவும் காட்டுக.

15. திணிவு m ஐயும் நீளம் $2a$ ஐயும் உடைய ஒரு சீரான கோல் AB இன் நடுப் புள்ளி G இனூடாகச் செல்லும் AB இற்குச் செங்குத்தான ஓர் அச்சுப் பற்றிய சடத்துவத் திருப்பம் $\frac{1}{3}ma^2$ எனக் காட்டுக.

கோல் AB இன் முனை A உடன் ஒரு சிறிய ஒப்பமான இலேசான வளையம் இணைக்கப்பட்டிருக்கும் அதே வேளை வளையம் கிடையாக நிலைப்படுத்தப்பட்டிருக்கும் ஓர் ஒப்பமான நேர்க் கம்பி வழியே சுயாதீனமாக இயங்கத்தக்கது. கோல் கம்பி வழியேயும் அதற்குக் கீழேயும் தாங்கப்பட்டு அத்தானத்தில் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது.

(i) கோலின் நடுப் புள்ளி G ஆனது ஒரு நிலைக்குத்தான நேர்கோடு L இல் இயங்குகின்றது எனவும்

(ii) கோல் கிடையுடன் கோணம் θ இற் சாய்ந்திருக்கும்போது அதன் கோணக் கதி $\dot{\theta}$ ஆனது

$$a\dot{\theta}^2 = \frac{6g\sin\theta}{1+3\cos^2\theta}$$ இனால் தரப்படுகின்றது எனவும் காட்டுக.

கோல் நிலைக்குத்தாக இருக்கும்போது G இன் வேகத்தைக் காண்க.

இப்போது கோல் நிலைக்குத்தாக இருக்கும் கணத்தில் வளையம் உடைந்து கோல் புவியீர்ப்பின் கீழ் மாத்திரம் இயங்கத் தொடங்குகின்றது. கோலின் பின்னர் நடைபெறும் இயக்கத்தில் நடுப் புள்ளி G ஆனது அதே நிலைக்குத்தான நேர்கோடு L வழியே மாறா ஆர்முடுகல் g உடன் இயங்கும் அதே வேளை கோல் மாறாக் கோணக் கதி $\sqrt{\frac{6g}{a}}$ உடன் G பற்றிச் சுழல்கின்றதெனக் காட்டுக.

[பக். 9 ஐப் பார்க்க

16. (a) ஒரு குறித்த விளையாட்டில் விளையாட்டு வீரர் ஒருவர் ஒரு சாய்தளத்தின் வழியே கீழ்நோக்கி ஒரு பந்தை **இரு தடவை** உருட்டும் அதே வேளை ஒவ்வொரு தடவையும் பந்து $1, 2, 4, 2, 1$ என வேறுவேறாகக் குறிக்கப்பட்டுள்ள ஐந்து துளைகளில் ஒன்றில் தங்குகின்றது. எந்தவொரு துளையிலும் பந்து தங்குவதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{5}$ ஆகும்.

$X =$ "பந்து தங்கும் துளைகளுக்குக் குறித்தொதுக்கிய இரு புள்ளிகளின் கூட்டுத்தொகை" எனக் கொள்வோம். X இற்கான நிகழ்தகவுப் பரம்பல் அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	2	3	4	5	6	8
$P(X=x)$	$4p$	q	$4p$	$4p$	$4p$	p

p, q ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$E(X), E(X^2)$ ஆகியவற்றைக் கண்டு, $Var(X) = 2\cdot4$ எனக் காட்டுக.

(b) ஒரு பின்னக எழுமாற்றி மாறி Y இற்குத் திரள் பரம்பற் சார்பு $F(y)$ ஆனது $F(y) = ky^2,\ y = 1, 2, 3$ இனால் தரப்படுகின்றது. k இன் பெறுமானத்தையும் Y இன் நிகழ்தகவுப் பரம்பலையும் காண்க. $E(Y), E(3Y-2)$ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களையும் காண்க.

17. (a) ஒரு தொடர் எழுமாற்று மாறி X ஆனது நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(2-x) & , \ 0 \le x \le 2, \\ 0 & , \text{வேறு விதமாக} \end{cases}$ ஐ உடையது.

(i) $P(X>1),\ P\left(X>1 \middle| X>\frac{1}{2}\right)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

(ii) $E(X) = \frac{2}{3}$ எனக் காட்டி, $Var(X)$ ஐக் காண்க.

(b) சீனிப் பைக்கற்றுகளின் நிறைகள் இடை 500 g உடனும் நியம விலகல் 10 g உடனும் செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளன.

(i) ஓர் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட பைக்கற்றின் நிறை 490 g இற்கும் 505 g இற்குமிடையே இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) எல்லாப் பைக்கற்றுகளினதும் 95% இன் நிறைகள் $(500 - k)$ g இற்கும் $(500 + k)$ g இற்குமிடையே இருக்கத்தக்கதாக k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iii) ஐந்து பைக்கற்றுகள் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்படுகின்றன. இவற்றில் அதிதபட்சம் இரண்டின் நிறை 495 g இலும் குறைவாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

* * *

More Past Papers at
tamilguru.lk