AL/2018/11/T-I

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුවේ ප්‍රකාශනයකි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2018 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2018 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2018

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 T I

2018.08.29 / 0830 - 1140

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

வினாப்பத்திரத்தை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண்							

அறிவுறுத்தல்கள் :

* இவ்வினாத்தாள் பகுதி **A** (வினாக்கள் **1 - 10**), பகுதி **B** (வினாக்கள் **11 - 17**) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
* பகுதி **A:**

  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளை எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
* பகுதி **B:**

  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் உமது விடைகளை எழுதுக.
* ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் **பகுதி A** ஆனது **பகுதி B** இற்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
* வினாத்தாளின் **பகுதி B** ஐ **மாத்திரம்** மண்டபத்திற்கு வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(11) உயர் கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	
	சதவீதம்	

வினாத்தாள் I	
வினாத்தாள் II	
மொத்தம்	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

இறுதிப் புள்ளிகள்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்	
பரிசீலித்தவர்: 1	
2	
மேற்பார்வை செய்தவர்:	

tamilguru.lk

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

பகுதி A

1. காரணிப்படுத்துக: $8(a+b+c)^3-(a+b)^3-(b+c)^3-(c+a)^3$.

2. சில $k\in\mathbb{Z}$ இற்கு $a=3^k b$ எனின் எல்லா நேர் விகிதமுறும் எண் தொடை $\mathbb{Q}^+$ மீது ஒரு தொடர்பு R ஆனது aRb இனால் வரையறுக்கப்படுகின்றது. R ஆனது $\mathbb{Q}^+$ மீது ஒரு சமவன்மைத் தொடர்பெனக் காட்டி, 1 இன் சமவன்மை வகுப்பை எழுதுக.

More Past Papers at
tamilguru.lk

0095

3. $x > 1$ இற்கு $f(x) = (x-1)^2 + 2$ எனக் கொள்வோம். f ஆனது ஒன்றுக்கொன்றானது எனவும் $f^{-1}(2f(2)) = 3$ எனவும் காட்டுக.

4. $\begin{vmatrix} a-b-c & 2b & 2c \\ 2a & b-c-a & 2c \\ 2a & 2b & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$ எனக் காட்டுக.

More Past Papers at
tamilguru.lk

[பக். 4 ஐப் பார்க்க

5. பரவளைவு $y^2 = 4ax$ இன் $(at^2, 2at)$, $(aT^2, 2aT)$ ஆகிய புள்ளிகளைத் தொடுக்கும் நாண் புள்ளி $(4a, 0)$ இனூடாகச் செல்கின்றது. $tT = -4$ எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

6. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ஆனது $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin 2x}{x} & , \ x < 0 \text{ எனின்,} \\ p & , \ x = 0 \text{ எனின்,} \\ \left(x^2 + q\right)e^{-(x+1)} & , \ x > 0 \text{ எனின்,} \end{cases}$

இனால் வரையறுக்கப்படும் சார்பெனக் கொள்வோம். $x = 0$ இல் f தொடர்ச்சியானதெனத் தரப்பட்டுள்ளது. p, q ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

More Past Papers at
tamilguru.lk

....

....

....

[பக். 5 ஐப் பார்க்க

7. $x \in \mathbb{R}$ இற்கு $f(x) = (x-1)^{\frac{1}{3}}|x-1|$ எனக் கொள்வோம். $x = 1$ இல் $f(x)$ வகையிடத்தக்கதெனக் காட்டி, எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும் அதன் பெறுதி $f'(x)$ ஐ எழுதுக.

8. தீர்க்க: $\frac{dy}{dx} + 2y\tan x = \sin x$.

More Past Papers at
tamilguru.lk

[பக். 6 ஐப் பார்க்க

9. $T > 0$ எனவும் f ஆனது எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும் $f(x+T) = f(x)$ ஆக இருக்குமாறு $\mathbb{R}$ மீது உள்ள ஒரு மெய்ப் பெறுமானத் தொடர் சார்பு எனவும் கொள்வோம். $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \int_{a+T}^{b+T} f(x)\,\mathrm{d}x$ எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. $r = 2\sin\theta,\ r\cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$ என்னும் வளையிகளின் பருமபடிப் படங்களை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைந்து அவற்றின் வெட்டுப் புள்ளிகளின் முனைவாள்கூறுகளைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

More Past Papers at
tamilguru.lk

....

....

....

....

....

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது /All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2018 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2018 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2018

උසස් ගණිතය I
உயர் கணிதம் I
Higher Mathematics I

11 T I

பகுதி B

※ **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. (*a*) X, Y, Z ஆகியன ஓர் அகிலத் தொடை S இன் தொடைப்பிரிவுகளெனக் கொள்வோம். நீர் பயன்படுத்தும் தொடை அட்சரகணிதத்தின் யாதாயினும் ஒரு பேறைத் தெளிவாகக் குறிப்பிட்டு

(i) $(X-Y)-Z \subseteq X-Z$,

(ii) $(X-Y)-(Y-Z) = X-Y$

எனக் காட்டுக; இங்கு $X-Y$ ஆனது $X-Y = X \cap Y'$ இனால் வரையறுக்கப்படுகின்றது.

(*b*) ஒரு உணவகத்தின் 100 நுகர்வோரைப் பயன்படுத்திக் காலை உணவுக்காக இடியப்பம், அப்பம், பாண் ஆகியவற்றில் அவர்கள் விரும்பும் உணவைத் துணிவதற்கு ஓர் அளவையீடு மேற்கொள்ளப்பட்டது. அவ்வளவையீட்டில் பின்வரும் தரவுகள் சேகரிக்கப்பட்டன.

44 நுகர்வோர் இடியப்பத்தை விரும்புகின்றனர்.

15 நுகர்வோர் பாணை **மாத்திரம்** விரும்புகின்றனர்.

10 நுகர்வோர் இடியப்பத்தையும் அப்பத்தையும் விரும்புகின்றபோதிலும் பாணை விரும்புவதில்லை,

78 நுகர்வோர் பாணை அல்லது அப்பத்தை விரும்புகின்றனர்.

12 நுகர்வோர் பாணையும் அப்பத்தையும் விரும்புகின்ற போதிலும் இடியப்பத்தை விரும்புவதில்லை.

27 நுகர்வோர் மூன்று வகை உணவுகளையும் விரும்பும் அதேவேளை 19 நுகர்வோர் இம்மூன்று வகைகளில் ஒரு வகை உணவையும் விரும்புவதில்லை.

(i) இடியப்பத்தை விரும்புகின்ற போதிலும் அப்பத்தை விரும்பாத,

(ii) அப்பத்தை **மாத்திரம்** விரும்பும்,

(iii) இடியப்பத்தையும் பாணையும் விரும்புகின்ற போதிலும் அப்பத்தை விரும்பாத

நுகர்வோரின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

12. (*a*) a, b, c ஆகியன $a+b+c=1$ ஆக இருக்குமாறு உள்ள நேர் மெய்யெண்களெனக் கொள்வோம். எண்கணித இடை - பெருக்கலிடைச் சமமின்மையைப் பயன்படுத்தி $\frac{1}{abc} \geq 27$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, (i) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \geq 9$ எனவும் (ii) $\frac{1}{ab}+\frac{1}{bc}+\frac{1}{ca} \geq 27$ எனவும் காட்டுக.

$\left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right)\left(1+\frac{1}{c}\right) \geq 64$ ஐ **உய்த்தறிக.**

More Past Papers at
tamilguru.lk

(*b*) உருமாற்றம் $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ ஆனது xy-தளத்தில் உள்ள புள்ளிகளை $x'y'$- தளத்தில் உள்ள புள்ளிகளாகப் படமாக்குகின்றது. இவ்வுருமாற்றத்தின் கீழ் கோடு $y = ax + b$ ஆனது $x'y'$-தளத்தில் உள்ள ஒரு குறித்த கோடு மீது படமாக்கப்படும்போது அக்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க; இங்கு a, b ஆகியன மாறிலிகளாகும்.

$A \equiv (2, 3)$, $B \equiv (3, 2)$ ஆகியன xy-தளத்தில் உள்ள இரு புள்ளிகளெனக் கொள்வோம். $x'y'$-தளத்தில் ஒரு குறித்த கோடு மீது கோடு AB படமாக்கப்படும்போது அக்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

13. ஒரு நேர் நிறையெண் சுட்டிக்குத் **த மோய்வரின் தேற்றத்தைக்** குறிப்பிடுக.
த மோய்வரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி

(i) ஒற்றை n இற்கு $\sin n\theta = {}^{n}C_1 \cos^{n-1}\theta \sin\theta - {}^{n}C_3 \cos^{n-3}\theta \sin^3\theta + \ldots + (-1)^{\frac{n-1}{2}} \sin^n\theta,$

(ii) இரட்டை n இற்கு $\sin n\theta = {}^{n}C_1 \cos^{n-1}\theta \sin\theta - {}^{n}C_3 \cos^{n-3}\theta \sin^3\theta + \ldots + (-1)^{\frac{n-2}{2}}\ {}^{n}C_{n-1} \cos\theta \sin^{n-1}\theta$

எனக் காட்டுக.

$\sin\theta \neq 0$ இற்கு $\dfrac{\sin 5\theta - \sin 4\theta}{\sin\theta} = 16\cos^4\theta - 8\cos^3\theta - 12\cos^2\theta + 4\cos\theta + 1$ ஐ **உய்த்தறிக.**

சமன்பாடு $x^4 - x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 0$ இன் மூலங்களைக் கருதுவதன் மூலம்

$\cos\frac{\pi}{9} + \cos\frac{3\pi}{9} + \cos\frac{5\pi}{9} + \cos\frac{7\pi}{9} = \frac{1}{2}$ எனவும் $\cos\frac{\pi}{9} \cdot \cos\frac{3\pi}{9} \cdot \cos\frac{5\pi}{9} \cdot \cos\frac{7\pi}{9} = \frac{1}{8}$ எனவும் காட்டுக.

14. (*a*) $y = e^{2x}$, $y = 2x - x^2$ ஆகிய வளையிகளின் பரும்படிப் படங்களை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.
மேற்குறித்த இரு வளையிகளினாலும் $x = 0$, $x = 2$ என்னும் கோடுகளினாலும் வரைப்புற்ற பிரதேசம் R எனக் கொள்வோம். R இன் பரப்பளவைக் காண்க.

அத்துடன், பிரதேசம் R ஐ x-அச்சைப் பற்றி நான்கு செங்கோணங்களினூடாகச் சுழற்றுவதன் மூலம் பிறப்பிக்கப்படும் திண்மத்தின் கனவளவையும் காண்க.

(*b*) ஒரு வளையிக் குடும்பம் வகையிட்டுச் சமன்பாடு $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y^2 - x^2}{xy}$ ஐத் திருப்தியாக்குகின்றது.

$y = vx$ எனப் பிரதியிடுவதன் மூலம் இவ்வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

அத்துடன், இவ்வளையிக் குடும்பத்தின் நிமிர்கோணக் கடவைகளினால் திருப்தியாக்கப்படும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டையும் பெற்று அதனைத் தீர்க்க.

15. (*a*) $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $I_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1 - x^2}\, dx$ எனக் கொள்வோம்.

$I_n = \left(\dfrac{n-1}{n+2}\right) I_{n-2}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\int_0^1 x^4 \sqrt{1 - x^2}\, dx$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(*b*) $e^x, \sin x$ ஆகியவற்றின் **மக்குளோரின்** தொடர் விரிகளை எழுதுக.

இதிலிருந்து, $e^{\sin x}$ இன் **மக்குளோரின்** தொடர் விரியை x^4 இடம்பெறும் உறுப்பு (உட்பட) வரைக்கும் காண்க.

இதனைப் பயன்படுத்தி $\int_0^1 e^{\sin x}\, dx$ இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

More Past Papers at
tamilguru.lk

[பக். 9 ஐப் பார்க்க

16. அதிபரவளைவு $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ இற்குப் புள்ளி $P(a\sec\theta, b\tan\theta)$ இல் உள்ள தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

P இல் உள்ள தொடலியானது அதிபரவளைவின் பேரியச்சின் முனைகளில் உள்ள தொடலிகளை Q இலும் R இலும் சந்திக்கின்றது. கோட்டுத் துண்டம் QR ஆனது ஒவ்வொரு குவியத்திலும் ஒரு செங்கோணத்தை எதிரமைக்கின்றதெனக் காட்டுக.

S_1, S_2 ஆகிய குவியங்களைக் கொண்ட அதிபரவளைவு $\frac{x^2}{9} - y^2 = 1$ மீது உள்ள புள்ளி P இன் ஆள்கூறுகள் $\left(5, \frac{4}{3}\right)$ எனக் கொள்வோம்.

மேற்குறித்தவாறு வரையறுக்கப்படும் Q, R, S_1, S_2 ஆகிய புள்ளிகள் ஒரே வட்டத்தின் மீது உள்ளனவெனக் காட்டி, இப்புள்ளிகளினூடாகச் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

17. (*a*) $f(x) = \frac{3\cos x - 4\sin x}{4\cos x + 3\sin x + 10}$ எனக் கொள்வோம்.

(i) $f(x)$ இன் ஆட்சியைக் குறிப்பிடுக.

(ii) $f(x)$ இன் உயர்ந்தபட்சப் பெறுமானத்தையும் குறைந்தபட்ச (இழிவு)ப் பெறுமானத்தையும் கண்டு, இப்பெறுமானங்கள் பெறப்படும் புள்ளிகளின் x-ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

(iii) சமன்பாடு $f(x) = 0$ ஐத் தீர்க்க.

(*b*) பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ள $\ln(1+x^2)$ இன் பெறுமானங்களுடன் **சிம்சனின் நெறியைப் பயன்படுத்தி** $\int_0^1 \ln(1+x^2)\,dx$ இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

x	0	0.25	0.50	0.75	1.0
$\ln(1+x^2)$	0	0.0606	0.2231	0.4463	0.6931

$\int_0^1 \ln\left(\frac{1+x^2}{2}\right) dx$ இற்கு ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தை **உய்த்தறிக.**

***

More Past Papers at
tamilguru.lk

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2018 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2018 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2018

උසස් ගණිතය II
உயர் கணிதம் II
Higher Mathematics II

11 T II

2018.09.01 / 1300 - 1610

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

வினாப்பத்திரத்தை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக வாசிப்பு நேரத்தைப் பயன்படுத்துக.

சுட்டெண் | | | | | | | |

அறிவுறுத்தல்கள் :

* இவ்வினாத்தாள் பகுதி **A** (வினாக்கள் **1 - 10**), பகுதி **B** (வினாக்கள் **11 - 17**) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
* பகுதி **A:**
  எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளை எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
* பகுதி **B:**
  ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் உமது விடைகளை எழுதுக.
* ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி **A** ஆனது பகுதி **B** இற்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
* வினாத்தாளின் **பகுதி B** ஐ **மாத்திரம்** மண்டபத்திற்கு வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.
* புள்ளிவிவர அட்டவணைகள் வழங்கப்படும்.
* g ஆனது புவியீர்ப்பினாலான ஆர்முடுகலைக் குறிக்கின்றது.

பரீட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(11) உயர் கணிதம் II

பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	
	சதவீதம்	

வினாத்தாள் I	
வினாத்தாள் II	
மொத்தம்	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

இறுதிப் புள்ளிகள்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரீட்சகர்		
பரிசீலித்தவர்:	1	
	2	
மேற்பார்வை செய்தவர்:		

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

பகுதி A

1. ஓர் உற்பத்தி O பற்றி A, B, C என்னும் மூன்று புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே $a\mathbf{i}+2\mathbf{j}-\mathbf{k}, 4\mathbf{i}-\mathbf{j}+2\mathbf{k}$, $\mathbf{i}-2\mathbf{j}+c\mathbf{k}$ ஆகும். $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ ஆகியன ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாகவும் $\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}=3\overrightarrow{OC}$ ஆகவும் இருக்குமாறு a, c ஆகிய மாறிலிகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க. a, c ஆகியவற்றுக்குரிய இப்பெறுமானங்களுடன் காவி $\overrightarrow{AC}$ ஆனது காவி $\overrightarrow{OB}$ இற்குச் செங்குத்தானதென மேலும் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

2. ஒரு விசை $\mathbf{F}$ ஆனது பருமனிலும் திசையிலும் தாக்கக் கோட்டிலும் $\lambda\overrightarrow{AB}$ இனால் வகைகுறிக்கப்படுகின்றது; இங்கு λ ஓர் எண்ணியாக இருக்கும் அதே வேளை $\overrightarrow{OA}=-\mathbf{i}+\mathbf{j}$, $\overrightarrow{OB}=\mathbf{k}$ ஆகும். உற்பத்தி O பற்றி $\mathbf{F}$ இன் திருப்பக் காவி $\lambda(\mathbf{i}+\mathbf{j})$ எனக் காட்டுக.
மேலும், $\mathbf{F}$ அலகுப் பருமன் உள்ளதெனின், λ இன் இயல்தகு பெறுமானங்களைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[பக். 3 ஐப் பார்க்க

0095

3. உள்ளாரை a ஐயும் வெளியாரை $2a$ ஐயும் அடர்த்தி σ ஐயும் உடைய ஒரு சீரான திண்மக் கோள ஓடு அடர்த்தி ρ ஐ உடைய ஓர் ஏகவினத் திரவத்தில் பகுதிவாசியாக அமிழ்த்தப்பட்டு மிதக்கின்றது. $\frac{\sigma}{\rho} < \frac{8}{7}$ எனக் காட்டி, ஓடு திரவத்தில் முழுமையாக அமிழ்ந்து மிதப்பதற்கு ஓட்டின் அதியுயர்ந்த புள்ளியுடன் இணைக்கப்படத்தக்க துணிக்கையின் மிகச் சிறிய நிறையைக் காண்க.

4. நேரம் $t = 0$ இல் தானக் காவி $a\mathbf{i}$ ஐ உடைய புள்ளியினூடாகச் சென்று Oxy-தளத்தில் இயங்கும் திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P இன் நேரம் t இல் உள்ள ஏகபரிமாண உந்தம் $ma\omega(-\mathbf{i}\sin\omega t + \mathbf{j}\cos\omega t)$ ஆகும்; இங்கு a, ω ஆகியன நேர் மாறிலிகளாகும். P இன் தானக் காவி $\mathbf{r}$ ஆனது $\mathbf{r} = a(\mathbf{i}\cos\omega t + \mathbf{j}\sin\omega t)$ இனால் தரப்படுகின்றது எனவும் அதன் மீது தாக்கும் விசை $\mathbf{F}$ ஆனது $\mathbf{F} = -m\omega^2\mathbf{r}$ எனவும் உற்பத்தி O பற்றி அதன் கோண உந்தம் $ma^2\omega\mathbf{k}$ எனவும் காட்டுக; இங்கு $\mathbf{k}$ ஆனது காவி $\mathbf{i}\times\mathbf{j}$ ஆகும்.

More Past Papers at
tamilguru.lk

[பக். 4 ஐப் பார்க்க

5. சுழற்சியின்றி நிலைக்குத்தாக விழும் ஒரு சீரான ஒப்பமான கோளம் A ஆனது ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையிலிருந்து ஓய்விலே தொங்கும் ஒரு சம கோளம் B உடன் மோதுகின்றது. மொத்தலுக்குச் சற்று முன்னர் A இன் கதி u ஆக இருக்கும் அதே வேளை கோளங்களின் மையமிணை கோடு நிலைக்குத்துடன் $45°$ கோணத்தை ஆக்குகின்றது. மொத்தலுக்குச் சற்றுப் பின்னர் B இன் கதி $\frac{u}{2}$ ஆகும். இரு கோளங்களுக்குமிடையே உள்ள மீளமைவுக் குணகம் $\frac{1}{2}$ எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

6. திணிவு M ஐயும் பக்கம் $2a$ ஐயும் உடைய ஒரு சீரான சதுர அடர் $ABCD$ ஆனது AB இனூடாக உள்ள ஒரு நிலைத்த ஒப்பமான கிடை அச்சுப் பற்றிச் சிறிய அலைவுகளை ஆற்றுகின்றது. AB பற்றி அடரின் சடத்துவத் திருப்பம் $\frac{4}{3}Ma^2$ எனக் கொண்டு, சிறிய அலைவுகளின் ஆவர்த்தன காலம் $4\pi\sqrt{\frac{a}{3g}}$ எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

More Past Papers at
tamilguru.lk

....

....

....

....

....

....

....

7. முகங்களின் மீது 1, 2, 3, 4 என இலக்கமிடப்பட்ட ஒரு நான்முகித் தாயக்கட்டை, மேல்நோக்கி எறியப்படும்போது அது இல. r குறிக்கப்பட்ட முகம் கீழ்நோக்கி இருக்கத் தரையில் படுவதற்கான நிகழ்தகவு pr ஆக இருக்கத்தக்கதாக, கோடலுற்றுள்ளது; இங்கு p ஒரு நேர் மாறிலியாக இருக்கும் அதே வேளை $r = 1, 2, 3, 4$ ஆகும். X ஆனது "தாயக்கட்டையின் கீழ்நோக்கியுள்ள முகத்தின் மீது குறிக்கப்பட்ட இலக்கம்" என வரையறுக்கப்படும் எழுமாற்று மாறியெனக் கொள்வோம். $p = \frac{1}{10}$ எனக் காட்டி, X இன் எதிர்வைக் காண்க. $Var\,(X) = 1$ எனக் காட்டுக.

8. ஒரு கோடாத நாணயம் 8 தடவை மேலே எறியப்படுகின்றது. பெறுமானங்களிலும் பார்க்கக் கூடுதலான தலைகள் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

[பக். 6 ஐப் பார்க்க

9. ஒரு தொடர் எழுமாற்று மாறி X இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x)$ ஆனது

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3k}x(k-x) , & 0 \le x \le k \quad \text{இற்கு} \\ 0 , & \text{வேறு விதமாக} \end{cases}$$

இனால் தரப்படுகின்றது; இங்கு k ஒரு மாறிலி. $k = 3$ எனக் காட்டி, X இன் எதிர்வைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

10. ஒரு தொடர் எழுமாற்று மாறி X இன் திரள் பரம்பற் சார்பு $F(x)$ ஆனது

$$F(x) = \begin{cases} 0 , & x < 0 \quad \text{எனின்,} \\ kx(4-x) , & 0 \le x \le 1 \quad \text{எனின்,} \\ 1 , & x > 1 \quad \text{எனின்} \end{cases}$$

இனால் தரப்படுகின்றது; இங்கு k ஒரு மாறிலி.

(i) k இன் பெறுமானம்,

(ii) $P\left(X < \frac{1}{4}\right)$,

(iii) $P\left(\frac{1}{4} < X < \frac{1}{2}\right)$

ஆகியவற்றைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம் / Department of Examinations, Sri Lanka
සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2018 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2018 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2018

උසස් ගණිතය II
உயர் கணிதம் II
Higher Mathematics II

11 T II

பகுதி **B**

✻ **ஐந்து** வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. உற்பத்தி O ஐக் குறித்துத் தானக் காவிகள் $\mathbf{r}_s$ உள்ள புள்ளிகள் A_s இல் விசைகள் $\mathbf{F}_s$ தாக்குகின்றன; இங்கு $s = 1, 2, \dots, n$.
இத்தொகுதியை O இல் தாக்கும் ஒரு தனி விசை $\mathbf{R} = \sum_{s=1}^{n} \mathbf{F}_s$ உடன் திருப்பக் காவி $\mathbf{G} = \sum_{s=1}^{n} \mathbf{r}_s \times \mathbf{F}_s$ ஐ உடைய ஓர் இணையாக ஒடுக்கலாமெனக் காட்டுக. தொகுதி ஒரு தனி விளையுள் விசைக்குச் சமவலுவுள்ளதாக இருப்பதற்கான நிபந்தனைகளைப் பெறுக.

நான்கு விசைகளைக் கொண்ட ஒரு தொகுதி கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

தாக்கப் புள்ளி	தானக் காவி	விசை
A	$3\mathbf{i}$	$4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$
B	$2\mathbf{i} - 2\mathbf{k}$	$3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$
C	$-5\mathbf{i} + 11\mathbf{j}$	$2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k}$
D	$\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$	$3\mathbf{i} + 7\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$

இத்தொகுதி உற்பத்தி O இல் ஒரு தனி விசை $\mathbf{R}$ உடன் திருப்பக் காவி $\mathbf{G} = 4\mathbf{i} - 12\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ ஐ உடைய ஓர் இணையாக ஒடுங்குகின்றதெனக் காட்டி, $\mathbf{R}$ ஐக் காண்க.
இதிலிருந்து, தொகுதி பருமன் $4\sqrt{22}$ ஐ உடைய ஒரு தனி விளையுள் விசைக்குச் சமவலுவுள்ளதெனக் காட்டுக.
இவ்விளையுள் விசையின் தாக்கக் கோட்டின் ஒரு காவிச் சமன்பாட்டை, இக்கோட்டின் மீது உள்ள ஒரு புள்ளியின் தானக் காவியைக் காட்டி, பெறுக.

12. ஆரை a ஐ உடைய ஒரு வட்ட அடர் மாறா அடர்த்தி ρ ஐ உடைய ஒரு திரவத்தில், அதன் மையம் O ஆனது திரவ மேற்பரப்பிலிருந்து ஓர் ஆழம் a இல் இருக்குமாறு, நிலைக்குத்தாக அமிழ்த்தப்பட்டுள்ளது.
(i) அடர் மீது திரவ உதைப்பின் பருமன் $\pi a^3 \rho\, g$ எனவும்
(ii) அடரின் அமுக்க மையம் அதன் நிலைக்குத்து விட்டத்தின் மீது மையம் O இற்குத் தூரம் $\frac{a}{4}$ கீழே இருக்கின்றது எனவும்

தொகையிடலினால் காட்டுக.

ஆரை a ஐ உடைய ஒரு திண்ம அரைக்கோளம் மாறா அடர்த்தி ρ ஐ உடைய ஒரு திரவத்தில், அதன் அதியுயர் புள்ளி திரவ மேற்பரப்பை மட்டுமட்டாகத் தொட்டுக்கொண்டு இருக்குமாறும் அதன் தள முகம் நிலைக்குத்தாக இருக்குமாறும், அமிழ்த்தப்பட்டுள்ளது. அரைக்கோளத்தின் மீது உள்ள மேலுதைப்பைக் கண்டு, தள முகத்தின் மீது உள்ள உதைப்பை எழுதுக.
இதிலிருந்து, அரைக்கோளத்தின் வளைபரப்பு மீது உள்ள உதைப்பின் பருமன், திசை, தாக்கக் கோடு ஆகியவற்றைக் காண்க.
(ஆரை a ஐ உடைய ஒரு சீரான திண்ம அரைக்கோளத்தின் புவியீர்ப்பு மையம் அதன் சமச்சீரச்சின் மீது மையத்திலிருந்து தூரம் $\frac{3a}{8}$ இல் உள்ளதெனக் கொள்க.)

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

13. திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது உற்பத்தி O இலிருந்து தொடக்க வேகம் $\mathbf{u} = u(\mathbf{i}\cos\alpha + \mathbf{j}\sin\alpha)$ உடன் எறியப்படுகின்றது; இங்கு u, α ஆகியன மாறிலிகளாக இருக்கும் அதே வேளை $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ ஆகியன முறையே கிடைத் திசையிலும் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கிய திசையிலும் உள்ள அலகுக் காவிகளாகும். துணிக்கையின் வேகம் $\mathbf{v}$ ஆக இருக்கும்போது அதன் இயக்கத்திற்கு ஒரு $-mk\mathbf{v}$ தடுக்கும் விசை உள்ளது; இங்கு k ஒரு நேர் மாறிலியாகும். துணிக்கைக்கு இயக்கச் சமன்பாட்டைக் காவி வடிவம் $(\ddot{x} + k\dot{x})\mathbf{i} + (\ddot{y} + k\dot{y} + g)\mathbf{j} = \mathbf{0}$ இற் பெறுக; இங்கு $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ ஆனது நேரம் t இல் துணிக்கையின் தானக் காவியாகும்.

மேற்குறித்த சமன்பாட்டிற்கு $x = A + Be^{-kt}$, $y = C + De^{-kt} - \frac{g}{k}t$ ஆகிய தீர்வுகளைக் கூறு வடிவத்திற் கருதிக்கொண்டு A, B, C, D ஆகிய மாறிலிகளின் பெறுமானங்களை u, α ஆகியவற்றின் சார்பிற் காண்க.

துணிக்கை இயங்கத்தக்க கிடைத் தூரத்தின் எல்லைப் பெறுமானத்தை **உய்த்தறிக.**

மாறிலி k புறக்கணிக்கத்தக்கதெனின், துணிக்கையின் பாதையின் தெக்காட்டின் சமன்பாட்டையும் **உய்த்தறிக.**

14. வழக்கமான குறிப்பீட்டுடன், ஒரு தளத்தின் மீது இயங்கும் ஒரு துணிக்கையின் ஆர்முடுகலின் ஆரைக் கூறும் குறுக்குக் கூறும் முனைவாள்கூறுகள் (r, θ) இன் சார்பில் முறையே $\ddot{r} - r\dot{\theta}^2$, $\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(r^2\dot{\theta}\right)$ எனக் காட்டுக.

ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது வைக்கப்பட்டுள்ள திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது மேசை மீது உள்ள ஒரு சிறிய ஒப்பமான துளை O இனூடாகச் செல்லும் ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையினால் ஒரு சம துணிக்கை Q உடன் இணைக்கப்பட்டு, Q சுயாதீனத் தொங்குமாறு P தாங்கப்படுகின்றது. தொடக்கத்தில் OP இன் நீளம் a ஆக இருக்கும் அதே வேளை துணிக்கை P ஆனது இழைக்குச் செங்கோணங்களில் கிடையாகக் கதி V உடன் எறியப்படுகின்றது. நேரம் t இல் OP இன் நீளம் $r(\geq a)$ ஆக இருக்கும் அதே வேளை OP அதன் தொடக்கத் தானத்திலிருந்து கோணம் θ இனால் திரும்பியுள்ளதெனக் கொள்வோம்.

(i) $r^2\dot{\theta} = aV$ எனவும்

(ii) $2\ddot{r} - \frac{a^2V^2}{r^3} + g = 0$ எனவும்

காட்டுக.

இதிலிருந்து, $\dot{r}^2 = \frac{V^2}{2}\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) - g(r - a)$ எனக் காட்டுக.

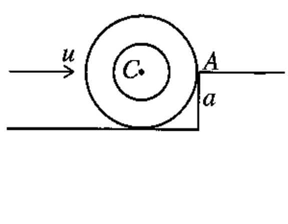
இழையின் நீளம் $2a$ இலும் கூடியதெனத் தரப்பட்டிருக்கும்போது $a \leq r \leq 2a$ ஆக இருக்குமாறு இவ்வியக்கம் நடைபெறுவதற்கு $V = \sqrt{\frac{8ga}{3}}$ ஆக இருக்க வேண்டும் எனக் காட்டுக.

$r = 2a$ ஆக இருக்கும் எல்லை அமைவில் இழையில் உள்ள இழுவையைக் கண்டு, இவ்வமைவில் Q இன் ஆர்முடுகல் நிலைக்குத்தாகக் கீழ்நோக்கி $\frac{2g}{3}$ எனக் காட்டுக.

15. திணிவு M ஐயும் மையம் C ஐயும் உடைய ஒரு சில்லு R ஆனது ஆரை $2a$ ஐ உடைய ஒரு சீரான வட்டத் தட்டிலிருந்து ஆரை a ஐ உடைய ஓர் ஒருமைய வட்டத் தட்டை அகற்றுவதன் மூலம் செய்யப்பட்டுள்ளது. சில்லு R இன் வெளி வட்ட விளிம்பில் உள்ள ஒரு புள்ளியினூடாகச் செல்லும் அதன் தளத்திற்குச் செங்குத்தான ஓர் அச்சைப் பற்றிய சடத்துவத் திருப்பம் $\frac{13}{2}Ma^2$ எனக் காட்டுக.

[திணிவு m ஐயும் ஆரை r ஐயும் உடைய ஒரு சீரான வட்டத் தட்டின் மையத்தினூடாகச் செல்லும் தட்டின் தளத்திற்குச் செங்குத்தான ஓர் அச்சைப் பற்றிய சடத்துவத் திருப்பம் $\frac{1}{2}mr^2$ எனக் கொள்ளலாம்.]

சில்லு R ஒரு கரடான கிடைத் தரை மீது நழுவாமல் உருளுகின்றது. சில்லின் தளம் நிலைக்குத்தானதும் தரை மீது உயரம் a ஐ உடைய ஒரு நிலைக்குத்துப் படிக்குச் செங்குத்தானதும் ஆகும். மையம் C இன் கதி படியை நோக்கி u ஆகும் (அருகே உள்ள உருவைப் பார்க்க).



[பக். 9 ஐப் பார்க்க

சில்லுக்கும் படிக்குமிடையே உள்ள மொத்தல் மீள்தன்மையின்றியதாக இருக்கும் அதே வேளை மொத்தலுக்குப் பின்னர் படியுடனான தொடுகைப் புள்ளி A பற்றிக் கோணக் கதி ω உடன் சில்லு அதன் சொந்தத் தளத்திலேயே சுழலத் தொடங்குகின்றது. $a\omega = \dfrac{9u}{26}$ எனக் காட்டி, மொத்தலுக்கு உடனடியாகப் பின்னர் சில்லில் வைத்திருக்கப்படும் இயக்கப்பாட்டுச் சக்தியைக் காண்க.

இதிலிருந்து, சில்லு படியில் ஏறுவதற்கு $u \geq \dfrac{4}{9}\sqrt{13ga}$ ஆக இருக்க வேண்டுமெனக் காட்டுக.

16. (a) ஒரு கட்டடத்தின் வாயிலில் கடமைபுரியும் காவலாளரிடம் சர்வசமமாகக் காணப்படும் n எண்ணிக்கையான சாவிகள் இருக்கும் அதே வேளை அவற்றில் ஒன்று மாத்திரம் முன் கதவைத் திறக்கின்றது. அதிகாரம் பெற்ற ஒருவரின் வேண்டுகோளின் பேரில் காவலாளர் கதவைத் திறப்பதற்கு ஒவ்வொரு சாவியாகப் பிரதிவைப்பில்லாமல் தெரிந்தெடுக்கின்றார். "கதவைத் திறப்பதற்கு முன்னர் அவர் முயலும் சாவிகளின் எண்ணிக்கை" என்னும் எழுமாற்று மாறி X எனக் கொள்வோம்.

$r = 1, 2, \ldots, n$ இற்கு $P(X = r) = \dfrac{1}{n}$ எனக் காட்டுக.

எதிர்பார்த்த சாவிகளின் எண்ணிக்கை $E(X)$ ஐக் கண்டு, X இன் மாறற்றிறன் $\dfrac{n^2 - 1}{12}$ எனக் காட்டுக.

X இன் நியம விலகல் 2 எனின், சாவிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(b) ஒரு தையற் பொறி வாங்கப்பட்டு முதலாம் ஆண்டின்போது அதனைப் பரிசோதிப்பதற்காக ஒரு பராமரிக்கும் தொழினுட்பர் வருகைதரும் தடவைகளின் எண்ணிக்கை X ஆக இருக்கும் அதே வேளை X ஆனது

$$P(X = r) = \begin{cases} e^{-\mu} \dfrac{\mu^r}{r!} & , \quad r = 0, 1, 2, \ldots \quad (\mu > 0) \\ 0 & , \quad \text{வேறு விதமாக} \end{cases}$$

என வரையறுக்கப்படும் ஒரு புவசோன் பரம்பலைப் பின்பற்றுகின்றது.

X இன் இடையையும் மாறற்றிறனையும் எடுத்துரைக்க.

மேலும் $\mu = 4$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது. பரிசோதனை வருகைகள் 4 இற்கு மேற்பட இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

முதலாம் பரிசோதனை வருகை இலவசமாக இருக்கும் அதே வேளை பின்னர் நடைபெறும் பரிசோதனை வருகைகள் ஒவ்வொன்றுக்கும் ரூ.1000 வீதம் அறவிடப்படுகின்றது. தையற் பொறி வாங்கப்பட்ட முதலாம் ஆண்டின்போது அதன் சராசரிப் பராமரிப்புச் செலவைக் காண்க.

17. (a) ஓர் எழுமாற்று மாறி X இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x)$ ஆனது

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{15} e^{-\frac{x}{15}} & , \quad x \geq 0 \\ 0 & , \quad \text{வேறு விதமாக} \end{cases} \quad \text{எனின்}$$

More Past Papers at
tamilguru.lk

இன் மூலம் தரப்படுகின்றது.

(i) $E(X) = 15$ எனக் காட்டி $Var(X)$ எனக் காண்க.

(ii) X இன் பரம்பற் சார்பைக் கண்டு, **இதிலிருந்து,** $P(X \geq 20)$ ஐக் காண்க.

(b) பால் மாப் பைக்கற்றுகளின் நிறைகள் இடை 405 g உடனும் நியம விலகல் 20 g உடனும் செவ்வனாகப் பரம்பியுள்ளன.

(i) ஓர் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்த பால் மாப் பைக்கற்றின் நிறை 395 g இற்கும் 420 g இற்குமிடையே இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) 5 பால் மாப் பைக்கற்றுகள் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்படுகின்றன. இப்பைக்கற்றுகளில் குறைந்தபட்சம் இரண்டின் நிறை 395 g இற்கும் 420 g இற்குமிடையே இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

* * *